Date : **NOM :** **Prénom :** **Groupe :**

Université de Nice — Année 2012-2013

Département de Mathématiques — Licence MASS 2e année

Fiche TD 10

Estimateurs au maximum de vraisemblance

Menez vos réflexions sur votre brouillon. Rédigez vos réponses sur cette feuille.
Encadrez **finalement votre réponse.**

Exercice 1 (Loi bruitée) Soit $X_1, \ldots, X_n$ un n-échantillon de la forme

$$X_i = \frac{\theta}{i^\alpha} + \sigma Y_i$$

où α et σ sont supposés connus et les Y_i sont i.i.d. gaussiennes, centrées, réduites, et θ est le paramètre inconnu que l'on veut estimer.

1. Quelle est l'espérance et quel est l'écart-type de X_i ?

2. Quelle est la densité $f_{X_i}(x)$ de X_i ?

3. Déterminer la vraissemblance $L(x_1, \ldots, x_n, \theta)$ et la log-vraissemblance $l(x_1, \ldots, x_n, \theta) =$ d'un tel échantillon

$L(x_1, \ldots, x_n, \theta) =$	$l(x_1, \ldots, x_n, \theta) =$

4. Déterminer l'estimateur au maximum de vraisemblance $\hat{\theta}_n$ de θ.

$\hat{\theta}_n =$

5. Est-il biaisé ?

6. Est-il consistent ?