Université de Nice
Département de Mathématiques
NOM :
PRENOM :

L3MASS et L3 Maths, année 2012-2013
Date : .
Groupe : .

Feuille-question du TP 3
Etudes de champs de vecteurs autonomes et non autonomes

Exercice 1. : On étudie l'équation différentielle linéaire autonome $y' = -2y$.

1. Indiquer quel est l'ensemble des solutions de cette équation. Vérifier que $y = 0$ est une solution particulière (et un équilibre) et indiquer quelle est la solution $y(t)$ de condition initiale $y(0) = 2$.

2. Les lignes suivantes permettent de tracer, dans la fenètre numérotée 0) le champ de vecteurs (appelé chlin)associé à cette équation en traçant, en tout point (t, y) du plan un vecteur de taille normalisée proportionnel à $(1, -2y)$ et donc tangent à la solution de l'équation différentielle passant par ce point.

```
xset("window",0) ;
function tprim=f(t,y); tprim=1; endfunction ;
function yprim=g(t,y); yprim=-2*y; endfunction ;
function vprim=chlin(t,v) ;vprim=[f(v(1),v(2)),g(v(1),v(2))]' ;
endfunction ;
fchamp(chlin,0,0:1:15,-5:1:5) ;
```

   Selon la question précédente, quelles courbes issues des points $(0, 0)$ et $(0, 2)$ sont tangentes à ce champ ?

3. L'instruction `fchamp` comporte 4 arguments obligatoires (et d'autres facultatifs). Etudier a quoi correspondent ces arguments dans l'aide en ligne puis faites les deux expériences suivantes en expliquant ce que vous observez :
   - remplacer la liste des ordonnées `-5:1:5` par `-2:1:2`
   - remplacer le pas de temps et d'espace (qui vaut 1 par 0.5

4. Revenir au tracer original du champ de vecteurs et ajouter sur la même figure le graphe de la function $y(t) = 2e^{-2t}$. Qu'observez-vous ?

Exercice 2. : On étudie à présent l'équation différentielle $y' = -2y + 5\cos t$.

1. Tracer le champ de vecteurs associé en choisissant les intervalles `0:0.5:15` pour t et `-5:0.5:5` pour y. Qu'observez-vous concernant la dynamique des solutions de cette équation ?

2. Trouver, par le calcul, deux constante A et B telles que $y(t) = A\cos t + B\sin t$ soit une solution particulière de l'équation. Quelle est la condition initiale de cette solution particulière.

3. Indiquer quel est l'ensemble des solutions de l'équation différentielle considérée et préciser laquelle vaut 0 à l'instant $t = 0$.

4. Ajouter le graphe de la solution particulière et de la solution précédente à votre figure comportant le champ de vecteurs. On appelle la solution particulière un *équilibre dynamique*. Expliquez pourquoi à votre avis.

Exercice 3. : Chmaps autonomes / non autonomes Le champs de vecteurs associé à l'équation $y' = -2y$ est invariant par translation horizontale. Est-ce aussi le cas pour celui qui est associé à l'équation $y' = -2y + 5\cos t$? Expliquer pourquoi.

Exercice 4. : Tracer le champ de vecteurs associé à une équation logistique (resp. une équation d'Allée) et vérifier graphiquement l'existence et la stabilité de ses 2 (resp. 3) équilibres.