CORRIGÉ SUJET 2

I. 1. $h'(x) = u'(x)\, v'(u(x))$

2 $h'(1) = u'(1)\, v'(u(1)) = 3\, v'(1) = 3 \times 12 = 36$

II. $D_{f_1} = [-1, +\infty[$ $\quad f_1'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}\, e^{\sqrt{x+1}}$

$D_{f_2} =]-1, +\infty[$ $\quad f_2'(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{1+x}\, e^{\sqrt{2}\ln(1+x)}$

$D_{f_3} =]0, +\infty[$ $\quad f_3'(x) = \dfrac{3}{x}(\ln x)^2$

$D_{f_4} = \mathbb{R} \setminus \{1/2\}$ $\quad f_4'(x) = \dfrac{2x(2x-1) - 2x2}{(2x-1)^2} = \dfrac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$

III. 1. $D_{f_1} = \mathbb{R}$ (FONCTION POLYNOMIALE)

2. $f(-x) = \frac{1}{4}(-x)^4 - (-x)^2 2 = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 2 = f(x) \rightarrow f$ PAIRE

3. IL SUFFIRAIT D'ETUDIER f SUR $\mathbb{R}_+$ (PAR PARITÉ)

$f'(x) = x^3 - 2x = x(x^2 - 2)$

$= x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

TABLEAU DE SIGNE $\rightarrow$ $f'(x) \geq 0$ si $x \geq \sqrt{2}$ $\quad f \nearrow$

$f'(x) \leq 0$ si $0 \leq x \leq \sqrt{2}$ $\quad f \searrow$

$f'(x) \geq 0$ si $-\sqrt{2} \leq x \leq 0$ $\quad f \nearrow$

$f'(x) \leq 0$ si $x \leq -\sqrt{2}$ $\quad f \searrow$

$f(x) = x^4\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}\right)$ DONC $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ $\left(= "+\infty \times \frac{1}{4}"\right)$

OU $x \to -\infty$

4° LES POINTS D'INFLEXION SONT LES POINTS OÙ f'' S'ANNULE ET CHANGE DE SIGNE.

$f''(x) = 3x^2 - 2$ $\qquad f''(x) = 0 \iff x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ OU $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

$f''(x) \leq 0$ si $x \in [-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}]$

$f''(x) \geq 0$ si $x \in]-\infty, -\frac{2}{\sqrt{3}}] \cup [\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty[$

CCL: f ADMET UN POINT D'INFLEXION EN $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ OU $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

5°

	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

IV. 1° $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2° $f'(x) = \dfrac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2} = \dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$

3° $f'(x) \geq 0$ si $x \in [2, +\infty[$

≤ 0 si $x \in]-\infty, 1[$ OU $x \in]1, 2]$

DONC f ↗ sur $[2, +\infty[$, DÉCROISSANTE SUR $]-\infty, -1[$ ET $]1, 2]$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (CROISSANCES COMPARÉES)

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ $\left(= \text{"}\frac{1}{0^+}\text{"}\right)$ $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ $\left(= \text{"}\frac{1}{0^-}\text{"}\right)$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ (= "0 × 0")

4° D'après 3°, f admet une asymptote verticale en $x=0$ ET UNE ASYMPTOTE HORIZONTALE D'ÉQUATION $y=0$ (EN $-\infty$).

V° voir cours.