

I2 sujet 1

$$\textcircled{z} \quad f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$g(x) = (u(x))^2 \quad \text{avec } u(x) \in \text{Arctan} x$$

$$g'(x) = 2u'(x)u(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{Arctan} x$$

$$h(x) = \text{Arctan} u(x) \quad u(x) = x^2$$

$$h'(x) = \frac{u'(x)}{1+u(x)^2} = \frac{2x}{1+x^4}$$

$$\textcircled{w} \quad \text{Arctan } \sqrt{3} = \left[ 0, \pi \right] - \frac{\pi}{2}, \pi_2 \cup \{ \varphi \}$$

$$\tan x = \sqrt{3} \quad \boxed{j-x = \pi_3 = \text{Arctan} \sqrt{3}}$$

$$\text{Arccos } \frac{1}{2} = \left[ 0, \pi \right] \cup \{ \varphi \}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \boxed{\text{Arccos} x = \pi_3}$$

$$\boxed{\text{Arccos}(\cos(-\pi_3)) = \text{Arccos}(\cos \pi_3) = \pi_3}$$

IV

1.

$$D_f = \{x \in \mathbb{R}, 1+3x > 0\}$$

$$= ]-\infty -1/3, +\infty[.$$

2.  $f$  continue sur  $]-1/3, +\infty[$

dérivable et  $f'(x) = \frac{3}{1+3x} > 0$

sur  $D_f$ :  $f$  strictement croissante

sur  $D_f$ . De plus

$$\lim_{x \rightarrow -1/3^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

3.  $f$  bijection de  $D_f$  sur  $\mathbb{R}$

$$x = f^{-1}(y) \Leftrightarrow y = f(x)$$

$$f(x) = y : \quad \ln(1+3x) = y$$

base  $e^y = 1+3x$

et  $x = \frac{e^y - 1}{3} = f^{-1}(y)$

TL

1.  $\Delta f = 10$ ,

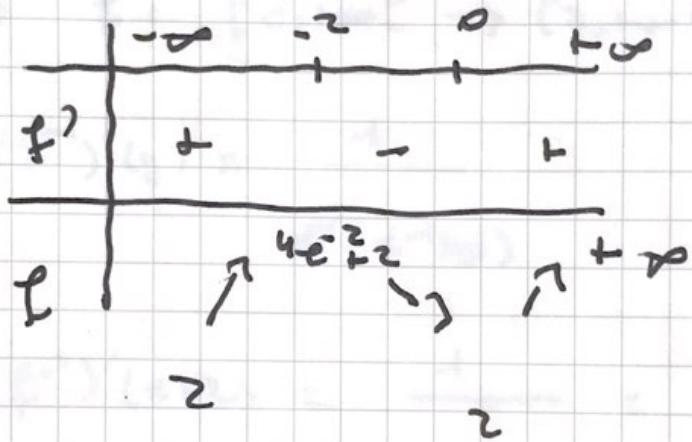
$$f'(x) = 2x - e^{-x} + x^2 e^{-x}$$

$$= x(2+x)e^{-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

(croissance comparée).



2. Asymptote horizontale d'équation

$$y=2 \text{ en } -\infty. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

donc pas d'asymptote oblique en  $-\infty$ .

3.

$$f(0)=2$$

$$f(1)=e-2 > 3$$

dans LTV,  $f$  convexe)

$f^{-1}(x) =$  admet une solution sur  $[0, +\infty]$ .

Comme  $4e^{-x}+2 \leq 3$ , cette équation n'admet pas d'autres solutions strictes.

4.  $f$  croissante sur  $[0, +\infty]$

et  $f([0, +\infty]) = [2, +\infty]$ .

$\Rightarrow f: [0, +\infty] \rightarrow [2, +\infty]$  bijection

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

$$(f^{-1})'(x+2) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x+2))} = \frac{1}{f'(x)}$$

$$x \quad \frac{1}{3e^x}$$

$$\begin{aligned} \text{So } f''(x) &= 2e^{-x} + 2 + e^{-x} + 2x e^{-x} \\ &\quad - x^2 e^{-x} \\ &= (x^2 + 4x + 2) e^{-x}. \end{aligned}$$

$f''(x)$  s'annule et change de signe si

$$x^2 + 4x + 2 = 0 \text{ i.e. } x_1 = \frac{-4 - \sqrt{16}}{2}, x_2 = \frac{-4 + \sqrt{16}}{2}$$

Qui sont des points d'inflexion.