

**Exercice 1** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = 3x^2 - x + 2$ .

1. Déterminer une primitive de  $f$ .
2. Cette primitive est-elle unique ?
3. Est-ce qu'il existe une primitive  $F$  de  $f$  qui satisfait  $F(1) = 2$  ?
4. Est-ce qu'il existe une primitive  $F$  de  $f$  qui satisfait  $F(1) = -1$  ?

**Exercice 2** Calculer

1.  $\int (e^x - 2x + 1) dx$ ,  $\int \sqrt{2^x} dx$ ,  $\int e^{2x} dx$ ,  $\int (3^x + 2 \cos x) dx$ ,  $\int \sin(3x - 5) dx$ ,  $\int 3x\sqrt{1 + 2x^2} dx$ ,  $\int \frac{x^3}{x+1} dx$ .
2.  $\int \sin x \cos x dx$ ,  $\int (\sin x)^n \cos x dx$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $\int \frac{x}{x^2+4} dx$ .
3.  $\int xe^x dx$ ,  $\int x^2 e^x dx$ ,  $\int x^2 \ln x dx$ ,  $\int (\alpha x + \beta)^\gamma dx$ .

**Exercice 3** 1. Dessiner la région  $R$  du plan délimité par les droites d'équations  $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$ .

2. Quelle est la valeur de l'aire de  $R$  ?
3. Calculer  $\int_{-1}^2 (\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}) dx$ .

**Exercice 4** 1. Tracer la courbe  $\mathcal{C}$  d'équation  $y = x^3 - x^2 - 5x$ .

2. Calculer l'aire située entre la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des  $x$ , les droites  $x = -1$ ,  $x = 3$ .

**Exercice 5** Calculer  $\int_{-1}^4 \frac{x+\alpha}{x+\beta} dx$ ,  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$ .

**Exercice 6** 1. Tracer les courbes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  d'équations  $y = f(x)$  et  $y = g(x)$ , avec  $f(x) = x^3$  et  $g(x) = 2x - x^2$ .

2. Calculer l'aire entre ces deux courbes et les droites  $x = 1$ ,  $x = -2$ .

**Exercice 7** Soit  $f$  une fonction dont la primitive sur  $[a, b]$  est  $F$ . On définit une autre fonction  $g$  sur  $]a, b[$  en posant  $g(t) = \int_a^t f(x) dx$ . Montrer que cette fonction est dérivable et calculer sa dérivée.

**Exercice 8** Le coût marginal de production de  $x$  unités d'un produit est  $c'(x) = 3x^2 + x + 2$  et les coûts fixes sont  $c(0) = 50$ . Déterminer la fonction de coût total  $c(x)$ .

**Exercice 9** Le profit d'une entreprise comme fonction de son niveau  $x$  de production est  $p(x) = 500 - x - \frac{40000}{x}$ .

1. Déterminer le niveau de production qui maximise le profit.
2. Si le niveau de production oscille entre 160 et 190 unités, calculer le profit moyen  $\frac{1}{30} \int_{160}^{190} p(x) dx$ .