Exercice 1 *On veut résoudre l'équation* $x^2 + (3-4i)x - 1 - 5i = 0$.

1. *Calculer le discriminant* Δ *de cette équation.*
2. *Résoudre l'équation* $z^2 - \Delta = 0$.
3. *En déduire les zéros de l'équation* $x^2 + (3-4i)x - 1 - 5i = 0$.

Exercice 2 *Soit* $M = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

1. *Déterminer les racines du déterminant* $f_M(X)$ *de la matrice* $\begin{pmatrix} -4-X & -6 & 0 \\ 3 & 5-X & 0 \\ 3 & 6 & 5-X \end{pmatrix}$.
2. *Pour tout* $\alpha \in \mathbb{R}$, *on considère le système linéaire homogène de matrice* $\begin{pmatrix} -4-\alpha & -6 & 0 \\ 3 & 5-\alpha & 0 \\ 3 & 6 & 5-\alpha \end{pmatrix}$, *et on note par* S_α *l'espace vectoriel de ses solutions. Déterminer une base de* S_α.
3. *Donner une base* $\mathcal{B}$ *de* $\mathbb{R}^3$ *dont les vecteurs appartiennent à* $S_\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$.
4. *Soit* A *la matrice dont les colonnes sont formées par les vecteurs de* $\mathcal{B}$. *La matrice* A *est-t-elle inversible ? Si oui, calculer* A^{-1}, $A^{-1}M$ *et* $A^{-1}MA$.
5. *Soient* (u_n), (v_n) *et* (w_n) *des suites définies par leurs premiers termes* u_0, v_0, w_0 *et les relations*

$$\begin{array}{rcl} u_n &=& -4u_{n-1} - 6v_{n-1} \\ v_n &=& 3u_{n-1} + 5v_{n-1} \\ w_n &=& 3u_{n-1} + 6v_{n-1} + 5w_{n-1}. \end{array}$$

   (a) *Montrer que pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$, $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} = M^n \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix}$.

   (b) *Calculer* u_n, v_n, w_n *en fonction de* u_0, v_0, w_0 *et* n.