

Séance 2 : Initiation aux éléments finis 1D

Pour pouvoir faire ce TD facilement, il faut prendre à l'adresse

<http://www.inln.cnrs.fr/~laure/EF/TD2/Seance2/index.html>

les fichiers suivant :

- `P1.sci` et `P2.sci` ; fonctions qui donnent les fonctions de Lagrange pour l'élément \mathbf{P}_1 et \mathbf{P}_2 .
- `gauss.sci`; une fonction qui donne les points de Gauss pour l'intégration numérique.

Ex 1 *Eléments Finis Unidimensionnels*

On considère l'équation

$$\begin{aligned} -u'' + u &= 1 \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

1) Ecrire la formulation faible de cette équation.

2) On prend une interpolation \mathbf{P}_1 , c'est à dire sur l'intervalle de référence on utilise les polynômes de Lagrange $L_1(\xi) = (1 - \xi)/2$ et $L_2(\xi) = (1 + \xi)/2$ (cf. le programme `P1.sci`).

On prend `Nelt` éléments : écrire le programme qui calcule le vecteur `COOR` et la matrice `CONNec`.

3) Ecrire le système élémentaire à résoudre sur chaque élément. Ecrire le programme correspondant. Pour l'intégration numérique, on utilisera les points de Gauss (cf. le programme `gauss.sci`).

4) Ecrire le programme qui fait l'assemblage.

5) Ecrire le programme qui résout le Problème. Ne pas oublier d'imposer les conditions aux limites $u(0) = u(1) = 0$. Regarder l'évolution de l'erreur en fonction du pas de discrétisation.

6) Modifier le programme écrit pour utiliser des éléments \mathbf{P}_2 (programme `P2.sci`). Regarder l'évolution de l'erreur en fonction du pas de discrétisation.

7) Modifier le programme pour les conditions aux limites $u(0) = 0$ et $\partial_x u(1) = 0$.

Ex 2 *A faire pour la prochaine séance*

Donner la formulation faible de l'équation $-\frac{d^2u}{dx^2} - u + x^2 = 0$ définie sur $[0, 1]$ avec les conditions aux limites $u(0) = 0$ et $u'(1) = 1$.

Il faudra aussi écrire le programme qui permet d'obtenir la solution numérique (on peut modifier les programmes déjà écrits à l'exercice 1).