UNIVERSITÉ DE NICE — L2SF
MÉTH. MATH. PHYSIQUE — 2012-2013

TD 4

Intégrales curvilignes

Exercice 1. Calculer les intégrales curvilignes suivantes :

1. $\displaystyle\int_L ydx - xdy$ où L est paramétrisé par $x = a\cos t$, $y = b\sin t$. Rép. $-2\pi ab$.
2. $\displaystyle\int_L y^2dx + x^2dy$ où L est la demi-ellipse $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$, $y > 0$. Rép. $-8/3$.
3. $\displaystyle\int_L yzdx + xzdy + xydz$ où L est l'hélice $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = k\,t$, $t \in [0, 2\pi]$. Rép. 0.
4. $\displaystyle\int_L y\sin xdx + x\cos ydy$ sur le segment de droite de $(0,0)$ à $(1,1)$. Rép. $2\sin 1 - 1$.
5. $\displaystyle\int_L ydx + 2xdy$ où L est le contour du domaine défini par $x^2 + y^2 - 2x \leq 0$ et $x^2 + y^2 - 2y \leq 0$. Rép. $\frac{\pi}{2} - 1$.

Exercice 2. Soit D un domaine régulier délimité par la courbe L. Montrer que l'aire de D est donnée par l'intégrale curviligne

$$\frac{1}{2}\oint_L xdy - ydx.$$

Utiliser cette formule pour calculer l'aire de l'ellipse $x = a\cos t$, $y = b\sin t$. Vérifier le résultat par le calcul de l'intégrale double.