

1.— On considère un modèle Cox-Ross-Rubinstein de marché (B, S) à trois étapes. On suppose que $S_0 = 20\text{€}$ et que les facteurs de hausse et de baisse sont respectivement $u = 1,1$ et $d = 0,9$. Le rendement non-risqué sur chaque période est $r = 2\%$.

a. Décrire la dynamique de S à l'aide d'un arbre et donner la probabilité de martingale.

b. Un trader vend un call européen de prix d'exercice $K = 20\text{€}$ et commence ses opérations de couverture delta-neutre. Déterminer le prix du call à la date $t = 0$.

c. On suppose que l'actif sous-jacent subit deux hausses consécutives puis une baisse : détailler les opérations effectuées par le trader sur son portefeuille de couverture.

d. Quelle serait la prime d'un put européen de même prix d'exercice et de même échéance ? S'il s'agissait d'un put américain, l'acheteur aurait-il intérêt à exercer son put de manière anticipée ?

2.— Un trader a acheté le put européen précédent et le finance en vendant le portefeuille de couverture. À la dernière étape la volatilité du sous-jacent a soudain augmenté à l'insu du marché : le facteur de hausse est maintenant $u' = 1,4$ et le facteur de baisse $d' = 0,6$.

Ce mouvement de volatilité est-il favorable à l'acheteur du put ?
