Épreuve du mardi 27 février 2007

1.— On considère un call C sur un actif S ; le prix d'exercice est K et l'échéance T. Le rendement sans risque sur la période $[0, T]$ est r. Le marché est supposé sans opportunité d'arbitrage.
Montrer les deux inégalités *strictes* suivantes :

a.

$$C_0 > S_0 - Ke^{-rT}.$$

b.

$$C_0 < S_0.$$

2.— On considère un modèle Cox-Ross-Rubinstein de marché (B, S) à trois étapes. On suppose que $S_0 = 40$€ et que les facteurs de hausse et de baisse sont respectivement $u = 1{,}3$ et $d = 0{,}8$. Le rendement non-risqué sur chaque période est $r = 5\%$. On utilisera l'approximation $e^r \approx 1 + r$.
a. Décrire la dynamique de S à l'aide d'un arbre et donner la probabilité de martingale.
b. Un trader vend un put européen de prix d'exercice $K = 45$ € et commence ses opérations de couverture delta-neutre. Déterminer le prix du put à la date $t = 0$.
c. On suppose que l'actif sous-jacent subit une baisse suivie d'une hausse puis d'une baisse : détailler les opérations de couverture effectuées par le trader.
d. S'il s'agissait d'un put américain, l'acheteur aurait-il intérêt à exercer son put de manière anticipée ? Si oui, quelle serait la prime à payer pour ce put ?
e. Quelle serait la prime d'un call européen de même prix d'exercice et de même échéance ?

---

durée de l'épreuve : 2h
barème approximatif : 8 – 12