L2 - Méthodes numériques
Université de Nice-Sophia Antipolis
Sylvain Rubenthaler
http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html

NOM :
PRÉNOM :

Exemple d'examen

(durée : 1h, pas de documents, pas de calculatrice, pas de téléphone, marquer uniquement les réponses dans les cases et pas les raisonnements, je ne tiens pas compte des erreurs de syntaxe en scilab)

1. Dans les questions suivantes, on suppose que la suite (x_n) est définie par $g(x_n) = x_{n+1}$. On suppose que $x_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \overline{x}$ un point fixe de g. On demande de calculer l'ordre de convergence p dans les cas suivants :

   (a) $g(x) = (1-x)$, $\overline{x} = 1/2$, $\boxed{1}$

   (b) $g(x) = \sqrt{x}$, $\overline{x} = 1$, $\boxed{1}$

   (c) $g(x) = \sin(x)$, $\overline{x} = 0$, $\boxed{1}$

   (d) $g(x) = x^2$, $\overline{x} = 0$. $\boxed{2}$

2. Écrire un programme qui calcule la racine de $x \mapsto \cos(x)$ se trouvant dans $[0;\pi]$ par la méthode de la fausse position (soit en scilab, soit en « pseudo-code »).

```
n=50
x=1,5 et y=1,6
pour k de 1 à n répéter
    u=x
    x=x - cos(x)(x-y) / (cos(x)-cos(y))
    y=u
fin
afficher x
```

3. Écrire un programme qui dessine la dérivée de $x \mapsto \cos(x)$ sur $[0;\pi]$ (soit en scilab, soit en « pseudo-code »).

```
t = [0:0.1:%pi]
F = []
for k = 1:(length(t)-1)
  x = (cos(t(k+1)) - cos(t(k)))/0.1;
  F = [F x];
end;
plot(t(1:length(t)-1), F);
```

4.

(a) Écrire le polynôme d'interpolation de Lagrange passant par les points $(0,1)$, $(1,0)$, $(2,4)$.

$$P(X) = 1 \times \frac{(X-1)(X-2)}{(0-1)(0-2)} + 0 \times \frac{(X-0)(X-2)}{(1-0)(1-2)} + 4 \times \frac{(X-0)(X-1)}{(2-0)(2-1)}$$

(b) Soient $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, \in \mathbb{R}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$ Écrire un programme qui calcule le polynôme d'interpolation de Lagrange passant par les points (x_i, y_i) (soit en scilab, soit en « pseudo-code »).

```
function [y]=pol(x)
  s=0;
  for k=1:n
    t=1;
    for i=1:n
      if (i<>k) then
        t=t*(x-xi)/(xk-xi);
      end,
    end
    s=s+yk*t;
  end;
  y=s;
endfunction
```

écrit en scilab mais on fait comme si les x_i, y_i étaient déjà définis