Logarithmes et puissances.

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes.

(1) $\log_2(x) = -4$
(2) $\log_{10}(x^2 - 1) + 1 = 2\log_{10}(x)$
(3) $2^{x+1} = 3^x$

Exercice 2. Calculer les dérivées des fonctions suivantes, puis représenter les fonctions graphiquement.

(1) $f(x) = 2^x$
(2) $g(x) = \log_2(x)$

Calculs d'élasticités.

Exercice 3. Calculer l'élasticité des fonctions suivantes.

(1) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$
(2) $g(x) = x^x$

Rappel de cours : l'élasticité d'une fonction f (à valeurs positives) est la fonction $\varepsilon(f)$ qui à x associe $\varepsilon(f)(x) = x\frac{d}{dx}(\ln f(x)) = \frac{xf'(x)}{f(x)}$.

Repères semi-logarithmiques.

Exercice 4. Les productions de deux biens évoluent de la manière suivante.

Année	1	2	3	4	5	6
Produit A	82	246	738	2.214	6.642	19.926
Produit B	567	1.801	3.035	4.269	5.503	6.737

(1) Tracer les courbe représentant l'évolution des productions dans un repère arithmétique, puis dans un repère semi-logarithmique en base 10.
(2) Quels types de croissance suivent ces productions ? Pour chacune d'elle, pouvez-vous donner une formule qui exprime la production en fonction de l'année ?

Suites géométriques.

Exercice 1. Un capital est placé à 4% par an. Sachant qu'au bout de 5 ans, le capital est de 10.000 €, quel était le capital de départ ?

Exercice 2. Un capital est placé à 4% par an. Au bout de combien de temps le capital aura-t-il doublé ?

Sommes de termes d'une suite arithmétique ou géométrique.

Exercice 3. Paul place dans une tirelire la somme de 5 €. Il place ensuite 7 € le mois suivant, 9 € le deuxième mois, et ainsi de suite, en plaçant chaque mois la somme du mois précédent augmentée de 2 €. Quelle somme contiendra la tirelire de Paul au bout de 18 mois ?

Exercice 4. Marie place dans une tirelire la somme de 5 €. Elle place ensuite chaque mois la somme du mois précédent augmentée de 20% (6 € après le premier mois, 7.20 € le deuxième mois, etc...). Quelle somme contiendra la tirelire de Marie au bout de 18 mois ?

Suites arithmético-géométriques.

Exercice 5. Soit une suite $(u_n)_n$ définie par $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 3u_n - 4$.

(1) Calculer les premiers termes u_1, u_2 et u_3.

(2) Déterminer la valeur de c qui vérifie $c = 3c - 4$. Vérifier que la suite $(v_n)_n$ définie par $v_n = u_n - c$ est une suite géométrique de raison 3.

(3) Déterminer la valeur de v_0. En déduire l'expression de v_n, puis l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 6. J'emprunte 100.000 euros sur 10 ans. Le taux d'intérêt annuel est 4.8%, ce qui signifie 0.4% par mois. Je veux calculer x le montant de la mensualité. On note u_n l'argent restant dû à la fin du mois n.

(1) Montrer que $u_{n+1} = 1,004 \times u_n - x$, avec $u_0 = 100.000$.

(2) Calculer u_n en fonction de n. On utilisera la même méthode que dans l'exercice précédent.

(3) Expliquer pourquoi $u_{120} = 0$. En déduire x.