UNIVERSITÉ DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS
L1 AES - Analyse
Sylvain Rubenthaler
`http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html`

Corrigé du contrôle du 19 mars, sujet H

Question 1. $\log_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$, $\ln(10) > 0$ car $10 > 1$ et $\ln(x) \underset{x\to 0}{\longrightarrow} -\infty$ donc $\log_{10}(x) \underset{x\to 0}{\longrightarrow} -\infty$.

Question 2. $\log_3(1/3) = \frac{\ln(1/3)}{\ln(3)} = \frac{-\ln(3)}{\ln(3)} = -1$

Exercice 1. $f'(x) = \frac{3}{3x+1}$, $\epsilon(f)(x) = \frac{xf'(x)}{f(x)} = \frac{3\ln(3x+1)}{3x+1}$.

Exercice 2.

$$\begin{aligned} 3^{x-1} &= 2^x \\ \exp((x-1)\ln(3)) &= \exp(x\ln(2)) \\ (x-1)\ln(3) &= x\ln(2) \\ x(\ln(3)-\ln(2)) &= \ln(3) \\ x &= \frac{\ln(3)}{\ln(3)-\ln(2)} \end{aligned}$$

Exercice 3.

(1) Nous avons $P_{n+1} = P_n(1+\frac{0,9}{100}) = P_n q$ (avec $q = 1,009$). Donc (P_n) est une suite géométrique de raison q. Donc, pour tout n, $P_n = P_0 q^n$.

(2) Nous cherchons n tel que $P_0 q^n = 4000$. C'est à dire :

$$\begin{aligned} q^n &= \frac{4000}{2200} \\ \exp(n\ln(q)) &= \exp(\ln(\frac{4000}{2200})) \\ n\ln(q) &= \ln(\frac{4000}{2200}) \\ n &= \frac{\ln\left(\frac{20}{11}\right)}{\ln(1,009)}. \end{aligned}$$