

Partiel 1 (durée : 1h30), sujet A

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1. On suppose que l'on sait simuler des variables de loi uniforme sur $[0; 1]$. On veut simuler une variable de loi de densité

$$g : x \in \mathbb{R} \mapsto \frac{\mathbb{1}_{x \geq 1}}{x^2}.$$

- (1) Calculer la fonction de répartition G de la loi de densité g . Calculer le pseudo-inverse de G .
- (2) Écrire un code simulant une variable de loi de densité g (en utilisant une variable de loi uniforme sur $[0; 1]$). (On demande donc un code écrit en « pseudo-code » et une justification.)

Exercice 2. On suppose que l'on sait simuler suivant la loi de densité g définie dans l'exercice 1. Soit

$$f : x \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{1}_{x \geq 1} \frac{\exp(-x^3)}{Z},$$

avec Z une constante telle que f soit une densité. On suppose que la valeur de Z est donnée.

- (1) Trouver une constante C telle que $f(x) \leq Cg(x)$ pour tout $x \geq 1$.
- (2) Écrire un code permettant de simuler une variable de loi de densité f (en utilisant une variable de loi de densité g). (On demande donc un code écrit en « pseudo-code » et une justification.)