

## Partiel 1 (durée : 1h30), sujet B

*Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants.*

**Exercice 1.** On suppose que l'on sait simuler suivant la loi de densité

$$g : x \mapsto \frac{2\mathbb{1}_{x \geq 0}}{\pi(1+x^2)}.$$

On aimerait simuler suivant la loi de densité

$$f : x \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{1}_{x \geq 0} \frac{\exp(-x^4/4)}{Z},$$

avec  $Z$  une constante telle que  $f$  soit une densité. On suppose que la valeur de  $Z$  est donnée.

- (1) Trouver une constante  $C$  telle que  $f(x) \leq Cg(x)$  pour tout  $x \geq 1$ .
- (2) Écrire un code permettant de simuler une variable de loi de densité  $f$  (en utilisant une variable de loi de densité  $g$ ). (On demande donc un code écrit en « pseudo-code » et une justification.)

**Exercice 2.** On suppose que l'on sait simuler des variables de loi uniforme sur  $[0; 1]$ . On veut simuler une variable de loi de densité

$$h : x \in \mathbb{R} \mapsto \begin{cases} x & \text{si } x \in [0; 1], \\ 2-x & \text{si } x \in [1; 2], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (1) Calculer la fonction de répartition  $H$  densité  $h$ . Calculer le pseudo-inverse de  $H$ .
- (2) Écrire un code simulant une variable de loi de densité  $h$  (en utilisant une variable de loi uniforme sur  $[0; 1]$ ). (On demande donc un code écrit en « pseudo-code » et une justification.)