

Partiel 2 (durée : 1h30), sujet A

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1.

- (1) Montrer que $f : x \mapsto \frac{\mathbb{1}_{[0;1]}(x)}{2\sqrt{x}}$ est une densité de probabilité.
- (2) Calculer F la fonction de répartition de f .
- (3) Calculer le pseudo-inverse de F .
- (4) Écrire un programme (en R ou pseudo-code) qui simule une variable aléatoire de densité f . Justifier ce programme.

Exercice 2. On veut calculer $p_l = \mathbb{P}(X \in [l; l+1])$ pour X une variable exponentielle de paramètre 1 et $l \geq 0$.

- (1)
 - (a) Proposer une méthode de Monte-Carlo pour calculer p_l .
 - (b) Calculer la variance de cette méthode.
- (2)
 - (a) Proposer une méthode d'échantillonnage préférentiel (par exemple : telle que les nouveaux tirages soient tous dans $[l; l+1]$).
 - (b) Calculer la variance de cette méthode.
- (3) Comparer les variances des deux méthodes quand $l \rightarrow +\infty$.