

Séries temporelles, contrôle no 1, sujet B

Durée 1h30. Documents et calculatrices interdits. Rendre l'énoncé avec la copie rapporte 0,5 point sur 20.

QCM (une seule réponse juste par question, deux points par réponse juste). Écrire la réponse sur la copie.

- (1) Nous nous intéressons à la série temporelle représentée dans la figure 0.1. Dans R, cette série est rentrée dans la variable x avec la bonne période T . Nous voulons effectuer un

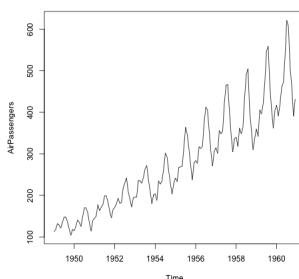


FIGURE 0.1. Air Passengers

lissage de Holt-Winters avec composante saisonnière (de paramètres $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$, $\gamma = 0.1$) Quelle instruction utiliser ?

- (a) `HoltWinters(x,alpha=0.1,beta=0.1,gamma=0.1,seasonal='add')`
 - (b) `HoltWinters(x,alpha=0.1,beta=0.1,gamma=0.1,seasonal='mul')`
- (2) À partir d'une série temporelle x , j'exécute en R: `x1=diff(x);x2=diff(x1);x3=diff(x2);x4=diff(x3)`. Sur les graphiques (obtenus avec `plot`), x , $x1$, $x2$ ont des graphes significativement non nuls et $x3$, $x4$ sont tout petits. Que puis-je en déduire sur x ?
- (a) Il a une tendance polynomiale de degré 2.
 - (b) Il a une tendance polynomiale de degré 4.
 - (c) Il a une tendance polynomiale de degré 3.
- (3) (X_t) est un bruit blanc (au sens des séries temporelles) si
- (a) $\forall h, t, \mathbb{E}(X_t) = 0, \mathbb{E}(X_t X_{t+h}) = 0$,
 - (b) $\mathbb{E}(X_t)$ et $\text{Var}(X_t)$ ne dépendent pas de t
 - (c) $\mathbb{E}(X_t)$ ne dépend pas de t , $\text{Var}(X_t, X_{t+h})$ ne dépend pas de t ($\forall h \geq 0$), $\text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = 0$ ($\forall h > 0$)
- (4) Sous l'hypothèse que les résidues `out$resid` sont un bruit blanc (hypothèse H_0), une certaine statistique de ces résidus doit suivre une loi du χ^2 . Je veux tester cette hypothèse au niveau 0.05. J'utilise la commande R ad hoc (`Box.test(out$resid,lag=5)`) et l'ordinateur me donne la réponse suivante `X-squared = 0.1046, df = 5, p-value = 0.06253`. Je dois
- (a) garder H_0 ,
 - (b) rejeter H_0 .
- (5) Nous traçons les auto-corrélations d'une série temporelle et nous obtenons la figure0.2. Que pouvons nous dire de la série temporelle ?
- (a) Elle décroît en valeur absolue.
 - (b) Elle a une composante périodique de période 4.
 - (c) Sa période est 4.

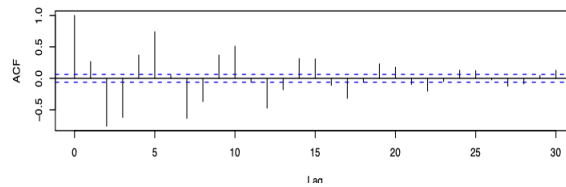


FIGURE 0.2. ACF

- (d) Elle a une composante périodique de période 2.

EXERCICES.

- (1) **(5 points)** Dans un lissage exponentiel simple de paramètre α , la formule pour la prévision en $n + 1$ sachant x_1, \dots, x_n est

$$\hat{x}_{n,h} = \alpha \sum_{i=1}^{n-1} (1 - \alpha)^i x_{n-i}.$$

On veut prévoir la demande d'un produit au temps $n + 1$ par lissage exponentiel simple de paramètre $\alpha = 0.3$ (nous appellerons la série $(x_k)_{1 \leq k \leq n}$). La prévision $\hat{x}_{n-1,1}$ (par lissage exponentiel simple) était de 60 et $x_n = 70$. Calculer $\hat{x}_{n,1}$.

- (2) **(5 points)** Nous avons une série $(x_k)_{1 \leq k \leq n}$. Nous voulons faire un lissage exponentiel double pour faire une prédiction $\hat{x}_{n,2}$. Nous hésitons entre les paramètres $(\alpha_1 = 0, 1; \beta_1 = 0, 1)$ et $(\alpha_2 = 0, 2; \beta_2 = 0, 2)$. Nous souhaitons sélectionner le couple de paramètres qui a la plus faible erreur quadratique de prédiction sur les données historiques entre 10 et $n - 2$. Nous nous intéressons au programme R dans le cadre "Programme 1". Dans ce programme, \mathbf{x} est une série temporelle de période 1 et \mathbf{n} est égal à 100.

Programme 1

```
al1=0.1; be1=0.1
al2=0.2; be2=0.2
s1=0; s2=0
for (k in 10:n-2)
{
  xw=window(x,1,k)
  xh1=HoltWinters(xw, alpha=al1, beta=be1, gamma=FALSE)
  p1=predict(xh1, n.ahead=2)
  s1=s1+(p1[2]-x[k+2])^2
  xh2=HoltWinters(xw, alpha=al2, beta=be2, gamma=FALSE)
  p2=predict(xh2, n.ahead=2)
  s2=s2+(p2[2]-x[k+2])^2
}
```

- (a) Que contient \mathbf{xw} après le k -ème passage dans la boucle ?
 (b) Que contient $\mathbf{p2}[2]$ après le k -ème passage dans la boucle ?
 (c) Que contient $\mathbf{s2}$ après la boucle ?
 (d) On suppose $s1 > s2$. Est-ce que nous devons utiliser (α_1, β_1) ou (α_2, β_2) pour le lissage qui nous donnera une prédiction $\hat{x}_{n,2}$?