

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: E. AUBRY, F. HERBAUT

FEUILLE TD N°1 - semaine du 6 février 2006

Exercice 1.

- a) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , dessiner le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq -x + 3\}$ et calculer son aire \mathcal{A} .
- b) Soit $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{3}{x+1}$. Dessiner le graphe de f et comparer $\int_0^2 f(x)dx$ et l'aire \mathcal{A} du domaine D . (On ne demande pas de calculer $\int_0^2 f(x)dx$)

Exercice 2.

- a) Dessiner dans un repère orthonormé, le graphe de la fonction $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 4x + 3$ puis celui de la fonction $g: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = |f(x)|$.
- b) Calculer l'aire \mathcal{A} du domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq g(x)\}$.

Exercice 3. Soit $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$, définie par $f(x) = |\sin(x)|$.
Calculer la primitive F de f vérifiant $F(0) = 0$.

Exercice 4. Calculer des primitives pour les fonctions suivantes:

$$f_1(x) = 3x(\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x}), \quad f_2(x) = -x^2 + 4x + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^3},$$
$$f_3(x) = \frac{7x^2 - x + 2}{\sqrt{x}}, \quad f_4(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2.$$

Exercice 5. Calculer les intégrales suivantes:

$$i_1 = \int_0^1 |2x^2 - 3|dx, \quad i_2 = \int_{-1}^1 (2x^2 - 3)dx, \quad i_3 = \int_{-2}^1 (x^3 - x)dx.$$

Exercice 6.

On considère la fonction réelle f définie par $f(x) = \frac{x}{2\left(\sqrt{3 + \frac{1}{2}x^2}\right)} + 15x^8$.

- a) Dans la liste (F_1, F_2, F_3, F_4) ci-dessous, trouver une fonction qui soit une primitive de f :

$$F_1 = 2\left(\sqrt{3 + \frac{1}{2}x^2}\right) + \frac{5}{3}x^9, \quad F_2 = \sqrt{3 + \frac{1}{2}x^2} + \frac{5}{3}x^9 + 15,$$
$$F_3 = \frac{\sqrt{6 + x^2}}{\sqrt{2}} + \frac{5}{3}x^9 + 8, \quad F_4 = \ln\left(\sqrt{3 + \frac{1}{2}x^2}\right) + \frac{5}{3}x^9.$$

(Vous devez justifier votre choix)

- b) Calculer $I_1 = \int_{-1}^1 f(x)dx$ et $I_2 = \int_0^1 f(x)dx$.