

## FEUILLE TD N°2 - semaine du 13 février 2006

**Exercice 1.** Calculer les intégrales suivantes en intégrant par parties:

- $\int_0^{\pi} x \sin(x) dx$
- $\int x^2 e^x dx$
- $\int x^m \ln(x) dx$  ( $m$  est un paramètre réel)
- $\int_1^8 \sqrt[3]{x} \ln(x) dx$

**Exercice 2.** Calculer simultanément:  $I_1 = \int e^x \cos(x) dx$  et  $I_2 = \int e^x \sin(x) dx$

**Exercice 3.** Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'un changement de variables:

- $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+3x}} dx$ ; pour indication: poser  $t = (3x+1)$
- $\int_1^3 \frac{x}{x+1} dx$
- $\int_0^1 \frac{3+x}{4+x^2} dx$

**Exercice 4.** Calculer les intégrales suivantes:

- $\int \arctan(x) dx$
- $\int \frac{x^2}{(x-1)^3} dx$
- $\int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx$
- $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

**Exercice 5.** Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x) dx$ .

1. Calculer  $I_0$ ,  $I_1$  et  $I_2$ .
2. Expliquer brièvement pourquoi la suite  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante.
3. Montrer que pour  $n \geq 2$ , on a  $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ . En déduire  $I_3$  et  $I_4$ .