Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 **(DL1EMA2) - Unité U5**
Année 2006/2007

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: E. AUBRY, F. BARKATS, M. VIRAT

Feuille TD N°1 - semaine du 5 février 2007

Exercice 1. (révision)

a) a, b et c étant des nombres réels fixés, on suppose $a \neq 0$. Rappeler la règle du signe du trinôme (de la variable réel x) $T = ax^2 + bx + c$.

b) Dans la liste des fonctions définies par les formules ci-dessous, dites lesquelles sont convexes sur l'intervalle $[2, 5]$. Justifiez votre réponse.

$f_1(x) = \ln(x^2+1)$	$f_2(x) = \ln(x^2+36)$	$f_3(x) = \ln(x^2+9)$
$f_4(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$	$f_5(x) = e^{-3\frac{x^2}{7}}$	$f_6(x) = e^{-\frac{x^2}{12}}$
$f_7(x) = x + \frac{1}{x}$	$f_8(x) = x - \frac{3}{x}$	$f_9(x) = x - \frac{7}{x}$

Exercice 2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

a) dessiner sur l'intervalle $[1, 3]$, les graphes des fonctions suivantes:

- f_1: $[1,3] \longrightarrow \mathbb{R}$; $x \longmapsto 1 + \frac{3}{x}$
- f_2: $[1,3] \longrightarrow \mathbb{R}$; $x \longmapsto \frac{11x-3}{2x}$
- f_3: $[1,3] \longrightarrow \mathbb{R}$; $x \longmapsto \frac{x+7}{2}$
- f_4: $[1,3] \longrightarrow \mathbb{R}$; $x \longmapsto -x+5$

b) Sans les calculer, comparer les quatre intégrales suivantes: $I_1 = \int_1^3 f_1(x)\mathrm{dx}$, $I_2 = \int_1^3 f_2(x)\mathrm{dx}$, $I_3 = \int_1^3 f_3(x)\mathrm{dx}$, $I_4 = \int_1^3 f_4(x)\mathrm{dx}$.

Justifiez votre réponse.

Exercice 3.

a) Dessiner dans un repère orthonormé, le graphe de la fonction f: $[1, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 6x + 8$ puis celui de la fonction g: $[1,5] \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = |f(x)|$.

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leqslant x \leqslant 5,\ 0 \leqslant y \leqslant g(x)\}$.

Exercice 4. Soit $f\colon [\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \longrightarrow \mathbb{R}$, définie par $f(x) = |\sin(x)|$.
Dessiner le graphe de f et calculer la primitive F de f qui prend la valeur 1 en $\frac{\pi}{2}$.

Exercice 5.
On considère la fonction réelle f définie par $\boldsymbol{f(x) = \dfrac{x}{2\left(\sqrt{3+\frac{1}{2}x^2}\right)} + 15x^8}$.

a) Dans la liste (F_1, F_2, F_3, F_4) ci-dessous, trouver une fonction qui soit une primitive de f:

$$F_1 = 2\left(\sqrt{3+\frac{1}{2}x^2}\right) + \frac{5}{3}x^9, \qquad F_2 = \sqrt{3+\frac{1}{2}x^2} + \frac{5}{3}x^9 + 15,$$

$$F_3 = \frac{\sqrt{6+x^2}}{\sqrt{2}} + \frac{5}{3}x^9 + 8, \qquad F_4 = \ln\left(\sqrt{3+\frac{1}{2}x^2}\right) + \frac{5}{3}x^9.$$

(Vous devez justifier votre choix)

b) Calculer $\boldsymbol{I_1 = \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{dx}}$ et $\boldsymbol{I_2 = \int_{0}^{1} f(x)\mathrm{dx}}$.

Exercice 6. Calculer des primitives pour les fonctions suivantes:

$$f_1(x) = 3x(\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x}\,), \qquad f_2(x) = -x^2 + 4x + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^3},$$

$$f_3(x) = \frac{7x^2 - x + 2}{\sqrt{x}}, \qquad f_4(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2.$$

Exercice 7. Calculer les intégrales suivantes:

$$i_1 = \int_0^1 |2x^2 - 3|\mathrm{dx}, \qquad i_2 = \int_{-1}^1 (2x^2 - 3)\mathrm{dx}, \qquad i_3 = \int_{-2}^1 (x^3 - x)\mathrm{dx}.$$

- -