Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 **(DL1EMA2) - Unité U5**
Année 2006/2007

---

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: E. AUBRY, F. BARKATS, M. VIRAT

---

# FEUILLE TD N°2 - semaine du 12 février 2007

**Exercice 1.** Calculer les intégrales suivantes en intégrant par parties:
$\int_0^{\pi} x\sin(x)\mathrm{dx}$, $\int_{-1}^{1} x^2e^x\mathrm{dx}$, $\int_1^{27} \sqrt[3]{x}\ln(x)\mathrm{dx}$.

**Exercice 2.** Pour un entier naturel $n$ donné, on pose

$$\boldsymbol{I_n = \int_0^{\pi} e^{-nx}\cos(x)\mathrm{dx}} \text{ et } \boldsymbol{J_n = \int_0^{\pi} e^{-nx}\sin(x)\mathrm{dx}}.$$

a) En posant $u'(x) = \cos(x)$, $v(x) = e^{-nx}$, faire une intégration par parties et vérifier que $I_n = n\,J_n$ .

b) Prouver que $J_n = (1 + e^{-n\pi}) - nI_n$.

c) Calculer $I_0$, $J_0$, $I_1$, $J_1$, $I_3$, $J_3$. La suite de terme générale $I_n$ (resp. $J_n$) converge-t-elle?

**Exercice 3.** Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'un changement de variables:

- $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+3x}}\mathrm{dx}$ (`indication: poser` $t = (3x+1)$)
- $\int_1^3 \frac{x}{x+1}\mathrm{dx}$
- $\int_0^1 \frac{3+x}{4+x^2}\mathrm{dx}$

**Exercice 4.** Pour un entier naturel non nul $n$ donné, on pose

$$\boldsymbol{I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(x))^n\mathrm{dx}} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos(x))^n\mathrm{dx}}.$$

a) Calculer $I_1$, $J_1$.

b) En utilsant la formule trigonométrique $(\cos(x))^2 = \frac{1+\cos(2x)}{2}$, calculer $J_2$.

c) Montrer que pour tout entier naturel non nul $n$, on a $I_n = J_n$.
(Indication: on pourra faire un changement de variable en posant $\boldsymbol{x = \frac{\pi}{2} - t}$)

d) Sachant que pour tout entier naturel $n \geqslant 3$, on a $\boldsymbol{I_n = \frac{n-1}{n}I_{n-2}}$ , calculer $J_4$ et $J_5$.

**Exercice 5.** Calculer les intégrales suivantes: $\int_0^1 \arctan(x)\mathrm{dx}$, $\int_2^3 \frac{x^2}{(x-1)^3}\mathrm{dx}$, $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\mathrm{dx}$.