Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 **(DL1EMA2) - Unité U5**
Année 2007/2008

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: F. BARKATS, F.-X. DEHON, J. YAMEOGO

Feuille TD N°3 - semaine du 3 mars 2008

Exercice 1. (Etudier des intégrales impropres)
Calculer si possible les intégrales impropres suivantes:

$$i_1 = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{1}{3}x}\mathrm{dx}, \quad i_2 = \int_2^{11} \frac{1}{\sqrt{11-x}}\mathrm{dx}, \quad i_3 = \int_3^{7} \frac{1}{\sqrt{x-3}}\mathrm{dx}, \quad i_4 = \int_0^{1} \frac{1}{1-x}\mathrm{dx}.$$

Exercice 2. (Calculer une intégrale définie puis une intégrale impropre)
Soit α un nombre réel vérifiant $0 < \alpha < 1$. On pose $I_\alpha = \displaystyle\int_\alpha^3 \ln(x)\mathrm{dx}$.

a) Calculer l'intégrale I_α.

b) Etudier la convergence de l'intégrale impropre $\displaystyle\int_0^3 \ln(x)\mathrm{dx}$.
(on pourra utiliser l'égalité $\displaystyle\lim_{t\longrightarrow 0^+} t\ln(t) = 0$)

c) On pose $f(x) = |\ln(x)|$.
Etudier la convergence de l'intégrale impropre $\displaystyle\int_0^3 f(x)\mathrm{dx}$.

Exercice 3. (Calculer une intégrale définie puis une intégrale impropre)
Pour $\beta \geqslant 3$ on pose $I_\beta = \displaystyle\int_e^\beta \frac{1}{x\ln(x)}\mathrm{dx}$ et $J_\beta = \displaystyle\int_e^\beta \frac{1}{x(\ln(x))^2}\mathrm{dx}$.

1. En faisant le changement de variable $x = e^t$, calculer I_β et J_β.
2. Etudier la convergence des intégrales impropres $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\ln(x)}\mathrm{dx}$ et $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln(x))^2}\mathrm{dx}$.

Exercice 4. (Découper une intégrale impropre en deux)
Soient α et β deux nombres réels vérifiant $0 < \alpha < 1 < \beta < 2$.
On pose $I_\alpha = \displaystyle\int_\alpha^1 \frac{1}{-x+\sqrt{2x}}\mathrm{dx}$ et $I_\beta = \displaystyle\int_1^\beta \frac{1}{-x+\sqrt{2x}}\mathrm{dx}$.
Calculer les intégrales I_α et I_β en faisant le changement de variable $x = \frac{1}{2}t^2$, $(0 \leqslant t \leqslant 2)$.
En déduire la nature de l'intégrale impropre $I = \displaystyle\int_0^2 \frac{1}{-x+\sqrt{2x}}\mathrm{dx}$.
