Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 **- Unité U5 -**
Année 2008/2009

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: F. BARKATS, F.-X. DEHON, D. NGUYEN

Feuille TD N°3 - semaine du 09 mars 2009

Exercice 1. (approximer une aire par des trapèzes)
Soit $f\colon [0,3] \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{5}x^2 + 4$.

a) Dessiner, dans un repère orthonormé du plan, le graphe de f.

b) On considère sur $[0,3]$ la subdivision $0 = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = 3$ où $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.
Pour $i = 1, 2, 3$, on note T_i le trapèze dont les sommets ont pour coordonnées $(x_{i-1}, 0), (x_{i-1}, f(x_{i-1})), (x_i, f(x_i)), (x_i, 0)$.

1. Sur le dessin du a), tracer les trois trapèzes T_1, T_2 et T_3.
2. Si $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, 0 \leqslant x \leqslant 3,\, 0 \leqslant y \leqslant f(x)\}$, utiliser les aires des trapèzes T_1, T_2 et T_3 pour approximer l'aire du domaine D. Votre approximation est-elle par défaut ou par excès?

Exercice 2. (comparer des fonctions, comparer des intégrales définies)
Sur l'intervalle $[1,3]$ on considère les fonctions f_1 et f_2 définies par
$f_1(x) = 1 + \dfrac{3}{x}$ et $f_2 = \dfrac{11x - 3}{2x}$.

a) Les fonctions f_1 et f_2 sont-elles convexes ou concaves sur $[1,3]$?
(indication: étudier le signe de leurs dérivées secondes sur $[1;3]$)

b) Sur le même intervalle $[1,3]$, on considère les fonctions f_3 et f_4 définies par
$f_3 = \dfrac{x+7}{2}$, $f_4 = -x + 5$.

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, dessiner sur l'intervalle $[1,3]$, les graphes des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.
2. Sans les calculer, comparer les quatre intégrales suivantes:
$$I_1 = \int_1^3 f_1(x)\mathrm{dx},\ I_2 = \int_1^3 f_2(x)\mathrm{dx},\ I_3 = \int_1^3 f_3(x)\mathrm{dx},\ I_4 = \int_1^3 f_4(x)\mathrm{dx}.$$

Exercice 3. (dessiner un graphe, calculer une aire)

a) Dessiner dans un repère orthonormé du plan, le graphe de la fonction f: $[1,\ 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 6x + 8$ puis celui de la fonction $g\colon [1,5] \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = |f(x)|$.

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, 1 \leqslant x \leqslant 5, 0 \leqslant y \leqslant g(x)\}$.

Exercice 4. (calculer une primitive prenant une valeur donnée en un point donné)
Soit $f\colon [-2,3] \text{—} \mathbb{R}$ définie par $f(x) = |x| + 2$.
Dessiner le graphe de f et calculer la primitive F de f qui prend la valeur $y_0 = 1$ en $x_0 = 2$.

Exercice 5. (savoir utiliser les primitives de quelques fonctions usuelles)
Après avoir précisé leur domaine de définition, calculer des primitives pour les fonctions suivantes:
$f_1(x) = x\sqrt{x} + e^{3x}$, $f_2(x) = x^2 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^5}$, $f_3(x) = 8^x + 5\sin(x)$, $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - 3\cos(x)$.