Université de Nice Sophia-Antipolis
Institut Supérieur d'Economie et de Management
L2 EG
Feuille de travaux dirigés

Année Universitaire 2018/2019

Probabilités, Statistiques

Feuille de TD n°2 : Tests de comparaison

Exercice n°1 :
Une machine produit des tiges métalliques dont la longueur nominale est égale à 8.3cm. Les fluctuations de longueur dues au procédé de fabrication correspondent à un écart-type de 0.6cm. Sur la base d'un échantillon de taille $N = 100$, on veut tester si la machine est bien réglée. La moyenne des longueurs mesurées sur l'échantillon est de 8.57cm.

1. Réaliser un test bilatéral de niveau 5%, 1% et 0.1% où $\mathcal{H}_0$ est "la machine est bien réglée.
2. Quelle serait la conclusion pour un échantillon de taille $N = 20$? On suppose que la même moyenne a été observée et que la longueur des pièces produites suit une loi normale. Pourquoi cette dernière hypothèse est nécessaire?
3. On suppose maintenant que la machine produit des tiges métalliques dont la longueur nominale, égale à 8.3cm, suit une loi normale. Sur la base d'un échantillon aléatoire de taille $N = 20$ on veut tester si la machine est bien réglée. La moyenne et l'écart-type des longueurs mesurées sur l'échantillon sont respectivement de 8.57cm et 0.6cm. Que t'on peut en conclure pour les trois mêmes niveaux que précédemment.
4. Comparez et commentez les différents cas.

Exercice n°2 :
Des études en psychologie du développement ont montré qu'à l'âge de 12 mois, 50% des bébés "normaux" marchent. On souhaite mener une étude sur les retards de développement des bébés prématurés. On teste l'hypothèse que les bébés prématurés marchent plus tardivement que les bébés normaux.
On observe un échantillon de 80 bébés prématurés. Sur ces 80 bébés, 35 marchent à 12 mois.

1. Faut-il réaliser un test unilatéral ou bilatéral?
2. Peut-on au seuil de 5% valider l'hypothèse de recherche?
3. Quelle est la p-valeur dans ce cas?

Exercice n°3 :
On joue un dé qui semble tomber trop souvent sur le 6. Dans une expérience, on a lancé 40 fois le dé et le 6 a été obtenu 10 fois.

1. Peut-on au seuil de 5% conclure que le dé est pipé par excès d'apparition du 6?

2. Sur 40 lancers, à partir de quelle proportion de faces 6 peut on conclure que le dé est pipé au seuil de 5%?

Exercice n°4 :

1. Pour mesurer le pH d'une solution, on utilise un pH-mètre qui affiche un résultat dont la loi est $\mathcal{N}(\mu, 0.05^2)$, où μ est la vraie valeur du pH de la solution. On a mesuré le pH d'une solution A par 12 mesures indépendantes et trouvé une moyenne de 7.4 et le PH d'une solution B par 10 mesures indépendants et trouvé une moyenne de 7.5. Peut-on considérer que les deux solutions ont même pH au niveau 1%?
2. Pour mesurer le pH d'une solution, on utilise un pH-mètre qui affiche un résultat dont la loi est $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, où μ est la vraie valeur du pH de la solution et σ n'a pas été déterminé. On a mesuré le pH d'une solution A par 12 mesures indépendantes et trouvé une moyenne de 7.4 et un écart-type empirique de 0.09, et le PH d'une solution B par 10 mesures indépendants et trouvé une moyenne de 7.5 et un écart-type empirique de 0.08. Peut-on considérer que les deux solutions ont même pH au niveau 1%?

Exercice n°5 : Dans un centre avicole, des études antérieures ont montré que la masse d'un oeuf choisi au hasard peut être considérée comme la réalisation d'une variable aléatoire X de loi normale, d'espérance μ et de variance σ^2. On admet que les masses des oeufs sont indépendantes les unes des autres. On considère un échantillon de taille $n = 36$ d'oeufs qui ont été pesés. Le tableau ci-dessous consigne les résultats :

50.34	52.62	53.79	54.99	55.82	57.67
51.41	53.13	53.89	55.04	55.91	57.99
51.51	53.28	54.63	55.12	55.95	58.10
52.07	53.3	54.76	55.24	57.05	59.3
52.22	53.32	54.78	55.28	57.18	60.58
52.38	53.39	54.93	55.56	57.31	63.15

1. Donner un estimateur et une estimation de respectivement μ et σ^2.
2. Tester si $\mu = 56$ ou non

Exercice n°6 :
Un appareil de télécommunication reçoit un signal stocké à chaque petite unité de temps dans une suite de variables (X_n). Cet appareil doit détecter un signal effectif en le différenciant d'un bruit. On suppose que le bruit est une suite de variables indépendantes de loi normale de moyenne nulle et de variance 1. Pour un signal, la moyenne n'est pas nulle.
Aujourd'hui, on a observé une suite de 40 variables $(x_1, \ldots, x_{40})$, supposées indépendantes de variance 1.
La moyenne empirique vaut 0.6. S'agit-il de bruit? Répondre en construisant un test.

Exercice n°7 :
On utilise une nouvelle variété de pommes de terre dans une exploitation agricole. Le rendement de l'ancienne variété était de 41.5 tonnes à l'ha. La nouvelle variété est cultivée sur

100ha, avec un rendement moyen de 45 tonnes à l'ha et un écart-type de 11.25.
Faut-il, au vu de ce rendement, favoriser la culture de la nouvelle variété?

Exercice n°8 :
On mène une étude sur les filles de 10ans, étude relative aux signes arithmétiques. On considère X la variable égale au nombre de bonnes réponses au test des signes arithmétiques, variable d'espérance μ et de variance σ^2.
On considère $n = 24$ filles de 10ans, pour lesquelles on observe une moyenne empirique de 10 et un écart-type de 2.1.
Réaliser le test de $\mathcal{H}_0 : \mu = 11$ contre $\mathcal{H}_a : \mu \neq 11$ au niveau 5%.

Exercice n°9 :
On mène une étude sur les garçons de 12 à 15 ans. L'étude consiste à évaluer le temps mis par un garçon entre 12 et 15 ans pour disposer 50 rondelles sur un axe.
On note X la variable égale au temps mis, variable d'espérance μ et de variance σ^2.
Sur un échantillon de taille $n = 37$, on observe une moyenne empirique de 1.42 et un écart-type de 0.24.
Réaliser le test de $\mathcal{H}_0 : \mu = 1.5$ contre $\mathcal{H}_a : \mu < 1.5$ au niveau 5%.