Exercice n°1 :

a) S'il n'y a pas d'~~exeo~~ ex-aequo, cela signifie que l'on cherche à classer 10 valeurs différentes.
Et donc, on regarde toutes les permutations que l'on peut faire.
Elles sont au nombre de 10! car l'ordre est important.
$\Rightarrow$ on utilise la formule de l'arrangement :

$$A_{10}^{10} = \frac{10!}{0!} = 10!$$

b) Si l'on tolère k ex-aequo à la première place.
Cela signifie que sur les k premières places, l'ordre n'a aucune importance, donc on est sur une combinaison C_{10}^{k}.
Et sur les $(10-k)$ dernières places, l'ordre redevient important donc $(10-k)!$ possibilités

$$\Rightarrow \quad C_{10}^{k} \times (10-k)!$$

c) Le quotient est $\left(C_{10}^{k} \times \frac{(10-k)!}{10!} \right)^{-1}$

$$= \frac{10!}{(10-k)! \, \frac{10!}{k!(n-k)!}} = k!$$

Ceci est le n^b de façons d'ordonner les k candidats arrivés ex-aequo à la première place.

Exercice n° 2

a) pour chaque boule, on a p choix possibles.
donc il y a p^n façons de placer n boules numérotées dans p urnes.

b) si par contre les boules sont identiques, cela devient plus compliqué.
Une façon de voir le problème est de se dire que l'on souhaite mettre $(p-1)$ séparations entre les n boules alignées.
Donc le problème revient à considérer $n+p-1$ objets (emplacement des boules et des séparations) et à choisir où l'on place les $p-1$ séparations parmi les $(n+p-1)$ possibilités.
L'ordre n'a aucune importance donc on utilise une combinaison

$$\binom{n+p-1}{p-1}$$

Exercice n°3

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 niveaux différents, chaque niveau comptant 4 cartes chacun.

a) Pour former une paire, il faut choisir le niveau puis les deux cartes au sein de ce niveau.
Il y a 8 choix pour le niveau et $\binom{4}{2}$ choix pour les deux cartes du niveau.

$$\Rightarrow \quad 8 \times \binom{4}{2} = 8 \times \frac{4!}{2!\,2!} = 8 \times \frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 2} = 8 \times 6 = 48$$

b) Par un raisonnement similaire, on trouve :

$$8 \times \binom{4}{3} = 8 \times \frac{4!}{3!\,1!} = 8 \times 4 \times \frac{3!}{3!} = 32$$

c) Il faut commencer par choisir deux niveaux avec la convention que le premier niveau choisi sera pour la partie brelan et le second niveau pour la partie paire.
Donc dans ce choix l'ordre à son importance.

$\Rightarrow$ 56 possibilités pour le choix des 2 niveaux

$\Rightarrow$ il y a $\binom{4}{3}$ choix pour la partie brelan

soit 4 possibilités

$\Rightarrow$ il y a $\binom{4}{2}$ choix pour la partie paire

soit 6 choix

Donc au total, il y a : $56 \times 4 \times 6 = 1344$ possibilités.