

Développements limités (DL)

DL usuels au voisinage de 0

NB : Dans toutes les formules ci-après, $o(x^n)$ signifie $x^n \epsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$ (ϵ est une fonction que l'on n'explique pas et qui change à chaque ligne).

- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n) = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} + o(x^n)$
- $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o(x^n) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k} + o(x^n)$
- $\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$
- $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n})$
-

$$\begin{aligned}(1+x)^\alpha &= 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n) \\ &= \sum_{k=0}^n \alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-k+1) \frac{x^k}{k!} + o(x^n)\end{aligned}$$