

Travaux pratiques numéro 1

1. Soient  $f(x) = \exp(-x^2/2)/\sqrt{2\pi}$ ,  $g(x) = e^{-|x|}/2$ .
  - (a) Trouver  $C$  telle que  $f(x) \leq Cg(x)$ .
  - (b) Simuler  $X$  de loi de densité  $f$  par une méthode d'acceptation/rejet.
  - (c) Tracer un histogramme empirique de  $X$  ainsi obtenu.
2. Soient  $f$  et  $g$  ( $\mathbb{R}$ ) des densité. Soit  $h$  la fonction :

$$h(x) = \frac{\sup(f(x), g(x))}{\int_{\mathbb{R}} \sup(f(t), g(t)) dt}.$$

- (a) On simule une v.a.  $Z$  suivant une méthode d'acceptation/rejet. On tire  $X, Y$  indépendantes respectivement de lois de densité  $f, g$  et  $U, V$  indépendantes uniformes sur  $[0, 1]$  (et indépendantes de  $X, Y$ ) jusqu'à ce que
  - $Uf(X) \leq g(X)$ , auquel cas on prend  $Z = Y$
  - ou  $Vg(Y) \leq f(Y)$  et  $Uf(X) > g(X)$ , auquel cas on prend  $Z = X$ .Montrer que  $Z$  est de loi de densité  $h$ .
- (b) On suppose ici que  $f$  densité de la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  et  $g$  densité de la loi  $\mathcal{N}(1/2, 1)$ .
  - i. Écrire un programme qui simule des variables aléatoires suivant  $h$ .
  - ii. Écrire un programme qui dessine un histogramme empirique de  $h$ .