

Travaux pratiques numéro 1

1. Soient $f(x) = \exp(-x^2/2)/\sqrt{2\pi}$, $g(x) = e^{-|x|}/2$.
 - (a) Trouver C telle que $f(x) \leq Cg(x)$.
 - (b) Simuler X de loi de densité f par une méthode d'acceptation/rejet.
 - (c) Tracer un histogramme empirique de X ainsi obtenu.
2. Soient f et g (\mathbb{R}) des densité. Soit h la fonction :

$$h(x) = \frac{\sup(f(x), g(x))}{\int_{\mathbb{R}} \sup(f(t), g(t)) dt}.$$

- (a) On simule une v.a. Z suivant une méthode d'acceptation/rejet. On tire X, Y indépendantes respectivement de lois de densité f, g et U, V indépendantes uniformes sur $[0, 1]$ (et indépendantes de X, Y) jusqu'à ce que
 - $Uf(X) \leq g(X)$, auquel cas on prend $Z = Y$
 - ou $Vg(Y) \leq f(Y)$ et $Uf(X) > g(X)$, auquel cas on prend $Z = X$.Montrer que Z est de loi de densité h .
- (b) On suppose ici que f densité de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$ et g densité de la loi $\mathcal{N}(1/2, 1)$.
 - i. Écrire un programme qui simule des variables aléatoires suivant h .
 - ii. Écrire un programme qui dessine un histogramme empirique de h .