UNIVERSITÉ DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS
M2 MASS - Ingénierie stochastique - 1er semestre
Sylvain Rubenthaler
`http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html`

Devoir no. 2
à rendre pour le vendredi 5 décembre

Vous rendrez un ou plusieurs programme (au choix en scilab, matlab, C ou mapple). Vous répondrez à certaines questions sous forme de commentaires directement dans le programme. On attend aussi des commentaires pour expliquer ce que fait le programme. Vous pouvez joindre les résultats dans des fichiers à part si vous craignez que les programmes ne s'éxécutent pas correctement.

On considère la matrice de transition (sur l'espace $E = \{1, 2, 3, 4\}$)

$$P = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.36 & 0.07 & 0.36 \\ 0.06 & 0.6 & 0.17 & 0.17 \\ 0.16 & 0.42 & 0.09 & 0.33 \\ 0.3 & 0.23 & 0.04 & 0.43 \end{bmatrix} .$$

1. On se donne une mesure $\mu = [0.2\ 0.2\ 0.3\ 0.3]$ sur E. Écrire un programme qui simule la chaîne de Markov $(X_n)_{n\geq 0}$ de transition P et de mesure initiale μ. On demande de tracer un graphique d'une réalisation d'un trajet de (X_n) avec $n \in \{1, \ldots, 10\}$ en abscisse et X_n en ordonnée (le programme doit afficher un graphique).

2. Trouver une constante β et une mesure ν telles que P vérifie la condition (D) (p. 38 du livre de Pardoux) avec ν et β (et $n_0 = 1$).

3. Soit $\mu' = [0\ 0\ 1\ 0] = \delta_3$. Soit $(Y_n)_{n\geq 0}$ chaîne de Markov de transition P et de mesure initiale μ'. Écrire un programme qui réalise le couplage décrit à l'étape 1 p. 40 du livre de Pardoux.

4. Pour le couplage précédent, tracer le graphe d'une réalisation des trajectoires de (X_n) et (Y_n) jusqu'à $T = \inf\{k, X_k = Y_k\}$.