

## TD7 : Analyse de la variance à un facteur.

1. On a  $p$  cellules avec  $n_i$  observations dans la cellule  $i$ . La  $i$ -ème variable d'observation  $x_i$  est égale à  $(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$  avec le 1 à la  $q$ -ème place si la  $i$ -ème observation est dans la cellule  $q$ . Les observations  $y_1, \dots, y_n$  sont égales à :

$$y_i = \mu + (\alpha_1, \dots, \alpha_p)(x_i)'$$

(le  $x'$  signifie le vecteur transposé). On sait qu'il faut rajouter une contrainte sur  $(\mu, \alpha_1, \dots, \alpha_p)$  pour pouvoir identifier ce vecteur. Sous la contrainte  $\alpha_1 = 0$ , quels sont les estimateurs des moindres carrés de  $\mu, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  ?

On suppose que l'on garde cette contrainte dans le reste de la feuille.

2.  $(H_0) : \alpha_1 = 0, \dots, \alpha_p = 0$ .  
 $(H_1) : \exists(i, j)$  tel que  $\alpha_i \neq \alpha_j$ .  
Trouver un test entre  $(H_0)$  et  $(H_1)$  tel que la probabilité de rejeter  $(H_0)$  à tort est plus petite que 0,05. Faire le test sur les données suivantes.

	groupe 1	groupe 2	groupe 3	groupe 4
valeurs de $y$	90 81 78	68 114	64 79 139	88 42

3.  $(H_2) : \alpha_2 = 0$ .  
 $(H_3) : \alpha_2 \neq 0$ .  
Trouver un test entre  $(H_2)$  et  $(H_3)$  tel que la probabilité de rejeter  $(H_2)$  à tort est plus petite que 0,05. Faire le test sur les données précédentes.