L2 - Méthodes numériques
Université de Nice-Sophia Antipolis
Sylvain Rubenthaler
http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html

TP n° 5

Soit la donnée des poids et des tailles de 10 enfants (source : site Paris V) :

Enfant	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Taille (cm)	121	123	108	118	111	109	114	103	110	115
Poids (kg)	25	22	19	24	19	18	20	15	20	21

Notons $x_1, x_2, \dots$ les tailles et $y_1, y_2, \dots$ les poids et cherchons a, b minimisant :

$$F(a,b) := \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 \ (n = 10)\,.$$

1. Trouver (a_0, b_0) point critique de $(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mapsto F(a,b)$ comme solution d'un système d'équations linéaires (on admettra que cet unique point critique est le minimum de F).
2. Écrire un programme qui calcule (a_0, b_0).
3. Écrire un programme qui trace les points du tableau et la droite $x \mapsto a_0 x + b_0$.

Corrigé du TP n°5

1. $\frac{\partial F}{\partial a}(a,b) = \sum_{i=1}^{n} -2x_i(y_i - ax_i - b)$, $\frac{\partial F}{\partial b}(a,b) = \sum_{i=1}^{n} -2(y_i - ax_i - b)$ donc le point critique est la solution de
$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_j^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i &= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} 1 &= \sum_{i=1}^{n} y_i\,. \end{cases}$$

2.

Algorithme 1

```
X=[121 123 108 118 111 109 114 103 110 115];
Y=[25 22 19 24 19 18 20 15 20 21]; //vecteurs lignes contenant les
donnees
C=X.*X; //produit termes a termes
A=[sum(C) sum(X) ; sum(X) 10]; //sum=somme des termes
B=[sum(X.*Y) ;
sum(Y)];
S=inv(A)*B; //inv(A) est l'inverse de A
disp(S);
```

3. À écrire à la suite des lignes précédentes :

Algorithme 2

```
clf();
plot(X,Y,'rd'); //dessin avec des diamants rouges
t=[min(X)-10:0.1:max(X)+10]; //min et max sont le min et le max
plot(t,S(1,1)*t+S(2,1));
```