

FEUILLE 4

TRAVAUX DIRIGÉS : SIMULATION PAR REJET

Exercice 1. On désigne par f la densité

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \mathbf{1}_{\{x>0\}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(1) Pour $\lambda > 0$ fixé, trouver une constante $c_\lambda > 1$ telle que

$$f(x) \leq c_\lambda \lambda \exp(-\lambda x), \quad x \in \mathbb{R}_+.$$

(2) Optimiser c_λ par rapport à λ .

(3) En déduire une méthode de simulation de la loi de densité f .

Exercice 2. Pour $a > 0$ donné, on désigne par f la fonction

$$f(x) = \mathbf{1}_{[0,a]}(x) \exp(-x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

(1) Trouver une constante C telle que Cf soit une densité.

(2) Trouver une constante $c_1 > 1$ telle que

$$Cf(x) \leq c_1 \mathbf{1}_{[0,a]}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

(3) Trouver une constante $c_2 > 1$ telle que

$$Cf(x) \leq c_2 \mathbf{1}_{[0,+\infty)}(x) \exp(-x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

(4) On veut mettre en place une méthode de rejet pour simuler la loi densité f en utilisant la loi uniforme sur $[0, a]$ ou la loi exponentielle. Laquelle vaut-il mieux choisir ? Coder la méthode.