

UNIVERSITÉ DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS

L1 AES - Analyse

Sylvain Rubenthaler

<http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html>

Corrigé du contrôle du 19 mars, sujet G

Question 1. $3^x = \exp(x \ln(3))$, $\ln(3) > 0$ car $3 > 1$ donc $x \ln(3) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$
donc $\exp(x \ln(3)) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$.

Question 2. $\log_2(16) = \frac{\ln(16)}{\ln(2)} = \frac{\ln(2^4)}{\ln(2)} = \frac{4 \ln(2)}{\ln(2)} = 4$.

Exercice 1. $f'(x) = -\exp(2-x)$, $\mathcal{E}(f)(x) = \frac{x f'(x)}{f(x)} = -x$.

Exercice 2.

$$\begin{aligned} 10^x &= 3^{x+1} \\ \exp(x \ln(10)) &= \exp((x+1) \ln(3)) \\ x \ln(10) &= (x+1) \ln(3) \\ x(\ln(10) - \ln(3)) &= \ln(3) \\ x &= \frac{\ln(3)}{\ln(10) - \ln(3)} \end{aligned}$$

Exercice 3.

(1) $S_{n+1} = S_n(1 + 1,2/100)$. Notons $q = 1 + 1,2/100$. La suite $(S_n)_{n \geq 0}$ est donc géométrique de raison q . Et donc le terme général vaut $S_n = S_0 q^n$.

(2) Nous cherchons n tel que $S_n = 1,5 \times S_0$, c'est à dire

$$\begin{aligned} S_0 q^n &= 1,5 \times S_0 \\ q^n &= 1,5 \\ \exp(n \ln(q)) &= \exp(\ln(1,5)) \\ n \ln(q) &= \ln(1,5) \\ n &= \frac{\ln(1,5)}{\ln(1,0012)}. \end{aligned}$$