Université de Nice - L1 AES - Analyse

http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html

CORRIGÉ DE LA FEUILLE DE TD n$^{\mathrm{o}}$ 4

Exercice 1.

– $\begin{cases} -x+y & = 11 \text{ (L1)} \\ 5x+3y & = 15 \text{ (L2)} \end{cases}$ $\begin{cases} -x & +y & = 11 & \text{(L1)} \to \text{(L1)} \\ 0 & +8y & = 70 & \text{(L2)} \to 5\times\text{L1}+\text{L2)} \end{cases}$ donc $y = \frac{70}{8} = \frac{35}{4}$, $x = y - 11 = \frac{35}{4} - \frac{44}{4} = -\frac{9}{4}$. Le système admet une solution unique $(x,y) = (-\frac{9}{4}, \frac{35}{4})$.

– $\begin{cases} 4x & -2y & = 1 & (L1) \\ -2x & +y & = 3 & (L2) \end{cases}$ $\begin{cases} & 0 & = 7 & (L1) \to (L1) + 2 \times (L2) \\ -2x & +y & = 3 & (L2) \to (L2) \end{cases}$ Donc le système n'a pas de solution.

– $\begin{cases} x & +2y & +2z & = 2 & (L1) \\ x & +3y & -2z & = -1 & (L2) \\ 3x & +5y & +8z & = 8 & (L3) \end{cases}$ $\begin{cases} x & +2y & +2z & = 2 & (L1) \to (L1) \\ 2x & +5y & & = 1 & (L2) \to (L1) + (L2) \\ 7x & +17y & & = 4 & (L3) \to (L3) + 4 \times (L2) \end{cases}$

$\begin{cases} x & +2y & +2z & = 2 & (L1) \to (L1) \\ 2x & +5y & & = 1 & (L2) \to (L2) \\ (1/5)x & & & = 3/5 & (L3) \to (L3) - (17/5) \times (L2) \end{cases}$ donc $x = 3$, $y = (1-2x)/5 = -\frac{5}{5} = -1$, $z = \frac{2-2y-x}{2} = \frac{1}{2}$. Le système a une solution unique $(x,y,z) = (3,-1,1/2)$.

– $\begin{cases} x & +y & +z & = 1 & (L1) \\ x & +2y & +3z & = 2 & (L2) \\ x & +5y & +9z & = 5 & (L3) \end{cases}$ $\begin{cases} x & +y & +z & = 1 & (L1) \to (L1) \\ -2x & -y & & = -1 & (L2) \to (L2) - 3 \times (L1) \\ -2x & -y & & = -1 & (L3) \to (L3) - 3 \times (L2) \end{cases}$ On remarque que les deux dernières équations sont identiques. Nous avons donc $\begin{cases} x & +y & +z & = 1 & (L1) \\ -2x & -y & & = -1 & (L2) \end{cases}$. L'ensemble des solutions du système est la droite d'intersection des deux plans d'équations $x+y+z=1$ et $2x+y=1$ (parce que les coefficients des x,y,z ne sont pas proportionnels).

Exercice 2. D'après le cours, les solutions forment une droite ou un plan ou l'ensemble vide. Donc on ne peut pas avoir de solution unique.

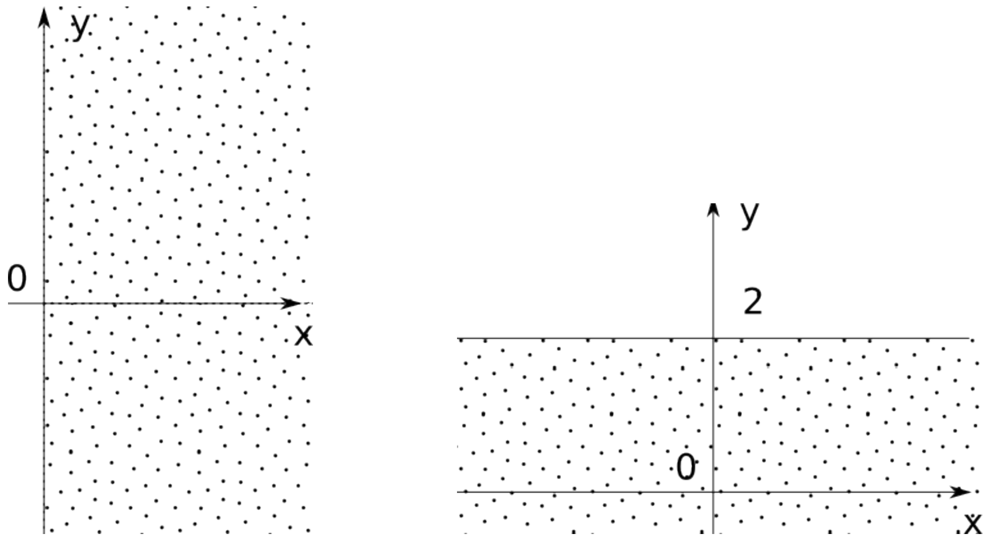
Exercice 3. Notons x le coefficient de l'informatique, y celui des mathématiques, z celui de l'économie. Nous avons donc le système d'équations

$$\begin{cases} 13x & +10y & +5z & = 8 & (L1) \\ 20x & +8y & +12z & = 12 & (L2) \\ x & +y & +z & = 1 & (L3) \end{cases}$$

la 3ème équation provient du fait que la somme des coefficients doit être égale à 1. Nous calculons :

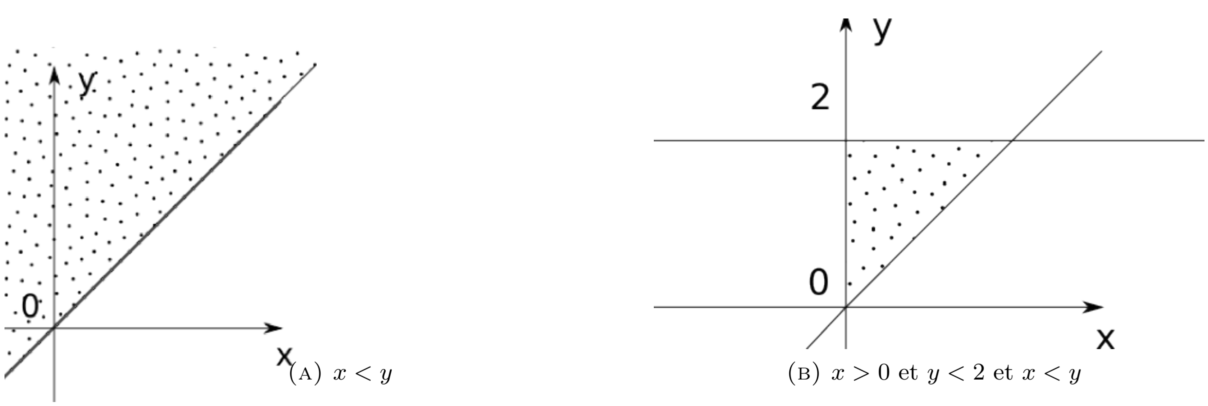
$\begin{cases} 8x & +5y & & = 3 & (L1) \to (L1) - 5 \times (L3) \\ 8x & -4y & & = 0 & (L2) \to (L2) - 12 \times (L3) \\ x & +y & +z & = 1 & (L3) \to (L3) \end{cases}$ $\begin{cases} & 9y & & = 3 & (L1) \to (L1) - (L2) \\ 8x & -4y & & = 0 & (L2) \to (L2) \\ x & +y & +z & = 1 & (L3) \to (L3) \end{cases}$ Donc $y = \frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{6}$, $z = 1-x-y = \frac{1}{2}$. Le système admet une solution unique $(x,y,z) = (\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$.

Exercice 4. – Nous recouvrons de pois les parties satisfaisant les inéquations.



(A) $x > 0$ (B) y<2

Figure 0.1



(A) $x < y$ (B) $x > 0$ et $y < 2$ et $x < y$

Figure 0.2