

NOM :

PRÉNOM :

Contrôle no 1, sujet B (durée 1h30)

Documents, téléphones et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants. On ne tiendra pas compte dans la correction des erreurs de syntaxe en R.

PRÉLIMINAIRES

Rendre la feuille avec la copie. Si vous bénéficiez d'un tiers-temps, ne traitez que l'exercice 2 et rendez votre devoir au bout d'une heure trente.

Exercice 1. Soit X une variable aléatoire réelle de fonction de répartition

$$x \in \mathbb{R} \mapsto F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{1}{2}\sqrt{x} & \text{si } x \in [0; 1[, \\ 1 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

Calculer le pseudo-inverse de F .

Exercice 2. Soit $Z = \int_0^1 \frac{1}{1+x^3} dx$. Soit la densité

$$f : x \mapsto f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{1}{Z} \times \frac{1}{1+x^3} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

Soit la densité

$$g : x \mapsto g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{1}{(1+x)^2} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

- (1) Trouver une constante C (qui peut dépendre de Z) telle que $f(x) \leq Cg(x)$ pour tout x .
- (2) Expliquer comment simuler une variable de densité g .

- (3) Écrire dans le cadre ci-dessous un programme en R qui simule une variable aléatoire de densité f (écrire la justification sur la copie double).