

Nom :

Prénom :

Contrôle no 2, sujet C (durée 1h30)

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants. Le sujet est à rendre avec la copie. Si vous bénéficiez d'un tiers-temps, ne traitez que le deuxième exercice.

Exercice 1. On s'intéresse au programme dans le cadre Algorithme 1.

Algorithme 1 Simulation de variable aléatoire

```
simu<-function(z)
{
  lambda=2
  s=0
  b=0
  n=-1
  while (b==0)
  {
    n=n+1
    u=runif(1,0,1)
    t=-log(u)/lambda
    s=s+t
    if (s>1)
      { b=1 }
  }
  return(n)
}
```

- (1) Quelle est la loi des variables u simulées dans la boucle ?
- (2) Quelle est la loi de la variable simulée quand on appelle `simu(0)` ?
- (3) Quel est le nombre moyen de boucles effectuées quand on fait appel à la fonction `simu` ?

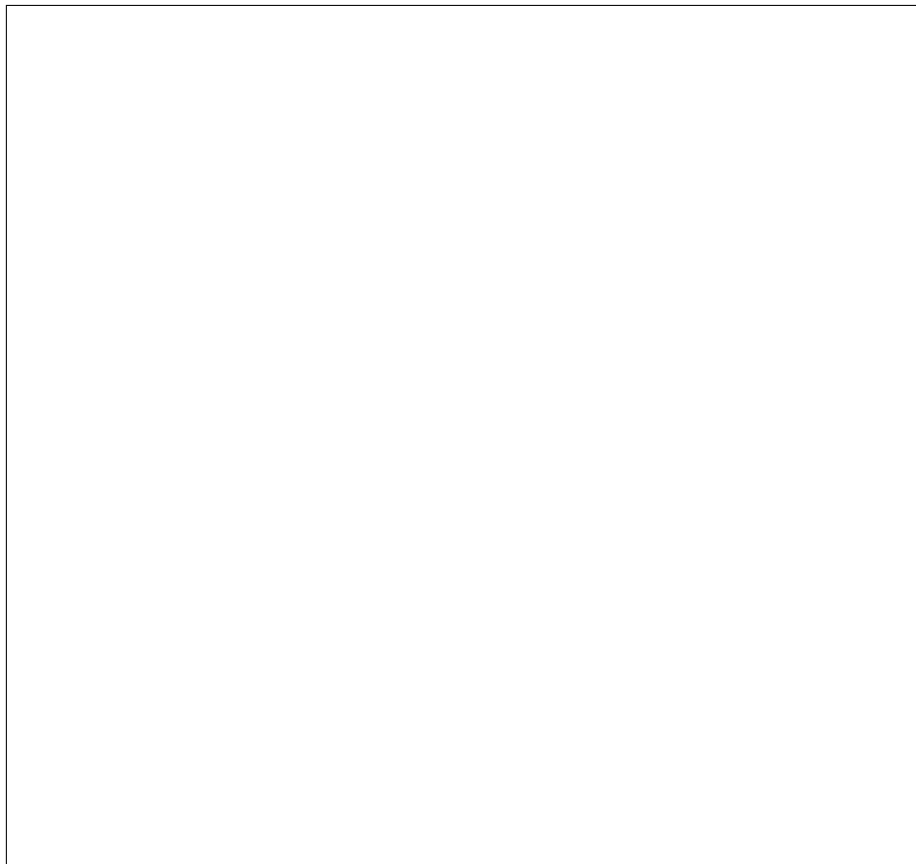
Exercice 2. On s'intéresse à l'intégrale

$$I = \mathbb{E}(\exp(|X|^{1/3})\mathbb{1}_{[1;+\infty[}(X))$$

avec X de loi $\mathcal{N}(0;1)$.

- (1) Proposer une méthode de Monte-Carlo pour calculer I (de manière approchée).
- (2) Proposer une méthode de réduction de variance par échantillonnage préférentiel.

- (3) Écrire un programme en R qui calcule I par Monte-Carlo en utilisant cette réduction de variance (dans le petit cadre ci-dessous).



- (4) Écrire un programme en R qui calcule la variance de cette méthode par Monte-Carlo.