

Nom :

Prénom :

Contrôle no 2, sujet B (durée 1h)

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Le sujet est à rendre avec la copie. Si vous bénéficiez d'un tiers-temps, ne traitez que les quatre premières questions.

On s'intéresse à l'intégrale

$$I = \int_0^{+\infty} x \times x e^{-x^2/2} dx.$$

- (1) Montrer que I est finie.
- (2) Soit $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{1}_{[0;+\infty[}(x) x e^{-x^2/2}$. Montrer que f est une densité de probabilité. Proposer une méthode de Monte-Carlo pour calculer I . On suppose dans toute la suite qu'on dispose d'une fonction `simu` dans `R` qui nous simule une variable de densité f .
- (3) Proposer une méthode d'échantillonnage d'importance pour réduire la variance (on pourra remarquer que le produit $x \times f(x)$ est surtout non nul autour de $x = 1$).
- (4) Écrire (en `R`) le programme correspondant à la méthode de la question précédente dans le cadre ci-dessous.

- (5) Proposer une méthode de variable de contrôle pour réduire la variance.