L2 MATHS - Probabilités 1 - 2018-2019
http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html

# Corrigé du contrôle no 1

**Exercice 1.**

(1) Notons $n = 2p$. Pour $k = 1, 2, \dots, p$, nous avons
$$\frac{2k}{2} = k\,,\ \frac{2k-1-1}{2} = k-1\,.$$
Donc $Y$ est à valeurs dans $\{0, 1, 2, \dots, p\}$. De plus,
$$Y(\omega) = 0 \Leftrightarrow X(\omega) = 1\,,$$
$$\text{pour } k \in \{1, 2, \dots, p-1\},\ Y(\omega) = k \Leftrightarrow X(\omega) \in \{2k, 2k+1\}\,,$$
$$Y(\omega) = p \Leftrightarrow X(\omega) = 2p\,.$$
Donc $\mathbb{P}(Y = 0) = \mathbb{P}(Y = p) = 1/n$ et pour $k \in \{1, 2, \dots, p-1\}$, $\mathbb{P}(Y = k) = 2/n$.

(2) (Attention, maintenant $p \in ]0;1[$.) La variable $X$ est à valeurs dans $\{0, 1, \dots, n\}$ donc $Y$ est à valeurs dans $\{0, 1, \dots, n\}$. Pour tout $k \in \{0, 1, \dots, n\}$,
$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Y = k) &= \mathbb{P}(X = n-k) \\ &= C_n^{n-k} p^k (1-p)^{n-k} \\ &= C_n^k p^k (1-p)^{n-k}\,.\end{aligned}$$
Donc $Y \sim \mathcal{B}(n, p)$ (comme $X$).

**Exercice 2.**

(1) Notons $X_1$, $X_2$, $X_3$ les résultats des trois lancers.
$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X_1, X_2 \text{ et } X_3 \text{ pairs}) &= \frac{\#\{(i,j,k) \in \{1, 2, \dots, 6\}^3 \,:\, i,j,k \text{ pairs}\}}{6^3} \\ &= \frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}\,.\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\text{pas plus de un 6}) &= \frac{6^3 - \#\{(i,j,k) \in \{1, 2, \dots, 6\} \,:\, \text{au moins deux 6}\}}{6^3} \\ &= \frac{6^3 - \#\{(6,6,k) \,:\, k \in \{1, 2, \dots 6\}\} - \#\{(i,6,6) \,:\, i \in \{1, 2, \dots 5\}\}}{6^3} \\ &\quad - \frac{\#\{(6,j,6) \,:\, j \in \{1, 2, \dots, 5\}\}}{6^3} \\ &= \frac{6^3 - 6 - 5 - 5}{6^3} = \frac{216 - 16}{216} = \frac{200}{216} = \frac{50}{54} = \frac{25}{27}\,.\end{aligned}$$