

Contrôle no 3, sujet B

Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1. Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\{1, 2, 3\}$ telle que $\mathbb{P}(X = 2) = 1/2$, $\mathbb{P}(X = 3) = 1/4$. Calculer $\mathbb{E}(X)$.

Exercice 2. Un père a deux enfants. Chaque enfant est un garçon ou une fille avec probabilité $1/2$, indépendamment de l'autre enfant.

- (1) Calculer la probabilité d'avoir deux garçons sachant que l'aîné est un garçon.
- (2) On choisit un enfant au hasard parmi les deux (en tirant l'un ou l'autre avec probabilité $1/2$). C'est une fille. Quelle est la probabilité d'avoir un garçon et une fille ?

Exercice 3. On jette trois dés à six faces (équilibrés).

- (1) Quelle est la probabilité de n'avoir que des chiffres ≥ 2 ?
- (2) Quelle est la probabilité d'avoir au plus un chiffre 1 ?

Exercice 4. On se donne une urne contenant 4 boules rouges, 2 boules verte et 3 boules bleues. On tire une boule uniformément dans cette urne et on la remplace dans l'urne par 3 boules de la même couleur. On tire ensuite une boule uniformément dans l'urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge lors de ce second tirage ?

Exercice 5. On s'intéresse à Z le nombre de clients rentrant dans une boulangerie un jour donné (Z est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N}). On suppose que Z suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$ (rappel : Z vaut n avec probabilité $\lambda^n e^{-\lambda}/n!$). Chaque client a une probabilité $q > 0$ d'acheter au moins un croissant (et ceci indépendamment des autres clients). On note X le nombre de client qui ont acheté au moins un croissant et $Y = Z - X$.

- (1) Calculer la loi de X .
- (2) Calculer $\text{Cov}(X, Y)$.
- (3) Est-ce que X et Y sont indépendants ?