Université Côte d'Azur

SEMESTRE I Contrôle Partiel 1 2021-2022

M1 IM – Seriés Temporelles

12 Decembre Durée: 2 HEURES

(NOM, PRÉNOM)

INSTRUCTIONS

1. Documents et calculatrices interdits. Accès à internet interdit . La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants.
2. Répondre à toutes les questions. La distribution des points est écrit au début de chaque question
3. Répondre aux questions à choix multiple sur cette feuille. Une seule réponse est correcte.
4. Pour les démonstration vous utiliserez le papiers qui sont distribués. Expliquer tous les pas suffisamment et précisément.
5. Créer un fichier texte dans lequel vous répondrez clairement aux questions de la partie pratique, en incluant vos codes R, les résultats obtenus sous R (graphiques y compris), vos interprétations, remarques
6. À la fin de l'épreuve, vous enverrez ce fichier à **vasileiadis@unice.fr** ET vous rendrez ce sujet. Il faut que vous vérifiez la réception de votre courriel avant de partir.

Questions à choix multiples. $(8 * 0,5 = 4 \text{ points})$

1. Lequel des énoncés suivants est un exemple de problème de série chronologique?

   I Estimation du nombre de chambres d'hôtel réservées au cours des 6 prochains mois.

   II Estimation des ventes totales au cours des 3 prochaines années d'une compagnie d'assurance.

   III Estimation du nombre d'appels pour la semaine suivante.

   (a) seulement III
   (b) I et II
   (c) II et III
   (d) I et III
   (e) toutes les réponses

2. Soit la prévision:

$$\hat{x}_{n,h} = \alpha \sum_{j=0}^{n-1} (1-\alpha)^j x_{n-j} \quad h \in \mathbb{N}^* \text{et } \alpha \in (0,1)$$

   (a) plus α est petit, moins on donne d'importance aux observations anciennes
   (b) la somme des poids fait 1
   (c) la prédiction ne dépend pas de h
   (d) aucune des réponses ci-dessus

3. Soit une série $X_t = c_t + \epsilon_t$, c_t déterministe et ϵ_t aléatoire. On ne peut pas éliminer la partie déterministe sans l'estimer.

   (a) Vrai
   (b) Faux

4. L'auto-corrélation d'une série est constant.
   (a) la série est constante
   (b) la série a une tendance
   (c) la série a une composante périodique
5. Soit une série $x_t = f(t) + \epsilon_t$ et $f(t)$ une fonction quadratique de t. La série:
   (a) a une tendance quadratique
   (b) a une composant périodique
   (c) est stationnaire
   (d) toutes les réponses sont justes
   (e) aucune des réponses ci-dessus
6. Le paramètre de lissage proche de 1 donne plus de poids ou d'influence aux observations récentes sur la prévision.
   (a) Vrai
   (b) Faux
7. On veut prévoir la demande d'un produit au temps $n+1$ (nous appelerons la série $(x_k)_{k\geq 1}$. La prévision $\hat{x}_{n,1}$ était de 70 et la demande x_n est 60. Quelle est la prévision $\hat{x}_{n,1}$ de lissage exponentiel simple avec $\alpha = 0,4$ pour x_{n+1} ?
   (a) 63,8
   (b) 65
   (c) 62
   (d) 66
8. Soit X_t un processus aléatoire quel que $\mathbb{E}(X_t)$ ne dépend pas de t. Le process est stationnaire.
   (a) Vrai
   (b) Faux

Démonstration (2 * 2 = 4 points)

Montre que:

1. Si (X_t) est une série temporelle admettant une tendance polynômial de degré 2, alors (ΔX_t) admet une tendance polynômial de degré ≤ 1.

2. Dans le cas $X_t = m_t + s_t + \epsilon_t$ avec m_t et s_t déterministes, ϵ_t un bruit et s qui est T-périodique, le processus $\Delta_T X$ est un processus qui ne contient plus de partie périodique. De plus, si la tendance est linéaire, elle est également supprimée.

R (2 * 6 = 12 points)

Pour toutes les questions il est impérativement d'interpréter vos résultats et les commandes de R sinon vous perdrez les points.

1. On s'intéresse à la série `lynx` contenue dans `R` (que nous noterons x)

   (a) Tracer le graphique des auto-corrélations (ACF) de x. Que peut-on déduire de la saisonnalité de x à partir de ce graphique? Transformer x en série temporelle de période T (choisir T).

   (b) Tracer x, la tendance, la composante saisonnière et la partie aléatoire par la méthode de la moyenne mobile.

   (c) Faire un test permettant de savoir si la partie aléatoire est un bruit blanc (vous choisirez vous-même les paramètres)

2. Le fichier de données nommé "wages"(qui est disponible sur moodle) contient mensuel valeurs de moyenne salaire par heure pour les travailleurs aux Etats-Unis dans l'industrie textile de juillet 1981 jusqu'a juin 1987

   (a) Représenter graphiquement la série. Ce processus vous semble-t-il stationnaire?

   (b) Estimer les paramètres d'une tendance linéaire par la méthode des moindres carrés.

   (c) Supprimer cette tendance et représenter graphiquement la série ainsi obtenue.

   (d) Calculer et représenter l'auto-corrélation de la série des résidus.

   aide: pour la méthode des moindres carrés vous pouvez utiliser les formules

$$(\hat{a}, \hat{b}) = \underset{(a,b)\in\mathbb{R}^2}{argmin} \sum_{t=1}^{n} (x_t - a - bt)^2$$

$$\hat{a} = \frac{2(2n+1)\bar{x}_n - 6\bar{s}_n}{n(n-1)} \qquad \hat{b} = -\frac{6(n+1)\bar{x}_n - 12\bar{s}_n}{n(n+1)(n-1)}$$

$$\bar{x}_n = \sum_{t=1}^{n} x_t \qquad \bar{s}_n = \sum_{t=1}^{n} t x_t$$

   ou directement avec

```
lm()
```

Fin du contrôle