

Nom :

Prénom :

M1 IM - Séries temporelles - 2022-2023

<http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html>

## Contrôle terminal, sujet A (durée 2h)

*Documents et calculatrices interdits (sauf photocopié). La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants. Le sujet est à rendre avec la copie.*

**Exercice 1.** On s'intéresse à une série temporelle  $x$  dont nous avons tracé les auto-corrélations et les auto-corrélations partielles dans la figure 0.1. Le processus est-il plutôt un  $AR$  ou un  $AM$  ?

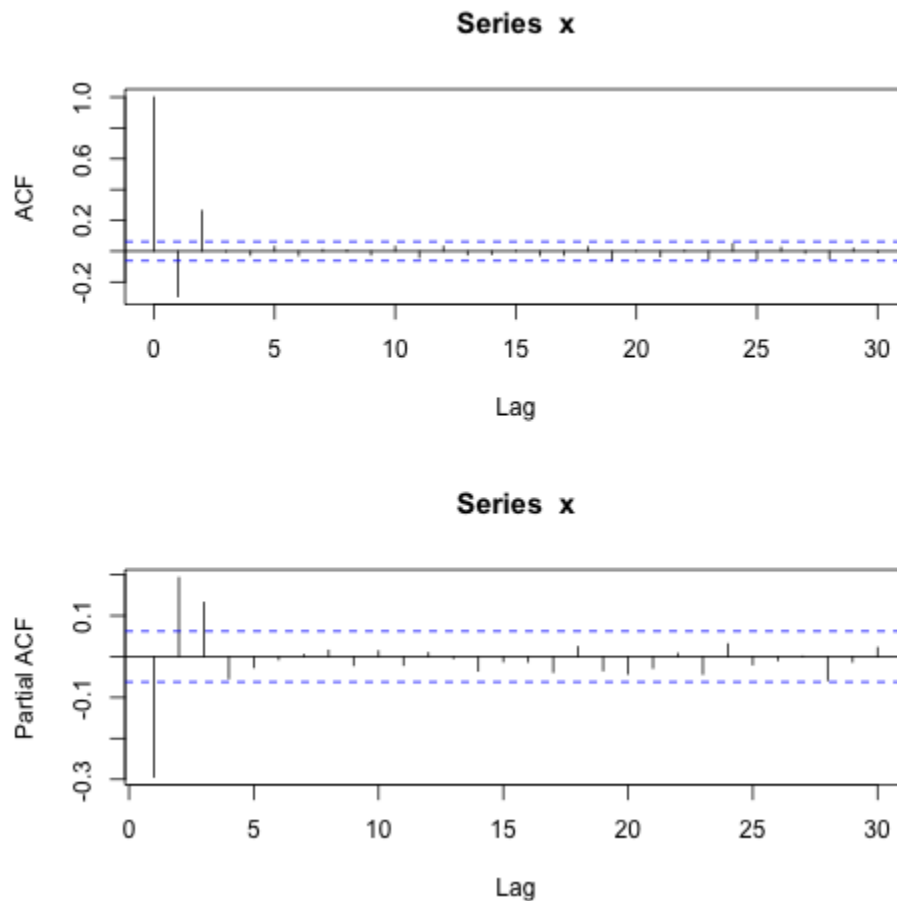


FIGURE 0.1. Auto-corrélations et auto-corrélations partielles

de quel ordre ? Répondre dans le cadre ci-dessous.

**Exercice 2.** Soit  $x$  une série temporelle de longueur 100. Pour  $\alpha$  dans la liste  $\{0, 1; 0, 2; 0, 3; \dots; 0, 9\}$ , on note  $\hat{x}_{t,1}^{(\alpha)}$  la prédiction en  $t + 1$  obtenue avec le lissage de Holt-Winters sans saisonnalité de paramètres  $(\alpha, \alpha)$ . Pour  $\alpha$  fixé et  $t$  allant de 50 à 99, on fait la somme des carrés des erreurs de prédiction et on la note  $SE_\alpha$ . Écrire un programme R qui trouve  $\alpha$  minimisant  $SE_\alpha$  pour  $\alpha$  dans la liste ci-dessus.

**Exercice 3.** Soit  $(\epsilon_t)_{t \geq 0}$  une suite de bruits blancs centrés. Trouver  $b_1, b_2, b_3$  dans  $\mathbb{R}$  tels que :  $b_3 \neq 0$  et il existe un processus stationnaire  $(X_t)_{t \geq 0}$  vérifiant la relation de récurrence

$$X_t = b_1 X_{t-1} + b_2 X_{t-2} + b_3 X_{t-3} + \epsilon_t, \text{ pour } t \geq 3.$$

**Exercice 4.** Soit  $(\epsilon_t)_{t \geq 0}$  une suite de bruits blancs centrés, de variance 1. Soit  $(X_t)_{t \geq 0}$  un processus stationnaire vérifiant la relation de récurrence

$$X_t = X_{t-1} - \frac{1}{2} X_{t-2} + \epsilon_t, \text{ pour } t \geq 2.$$

Soit  $\sigma$  la fonction d'auto-covariance de  $(X_t)_{t \geq 0}$ .

- (1) Calculer  $\sigma(0), \sigma(1)$ .
- (2) Calculer  $\sigma(h)$  pour tout  $h$  dans  $\mathbb{N}$ .

**Exercice 5.** Soit une série temporelle  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  ( $n = 100$ ). Le graphe de cette série est visible dans la figure 0.2, en haut.

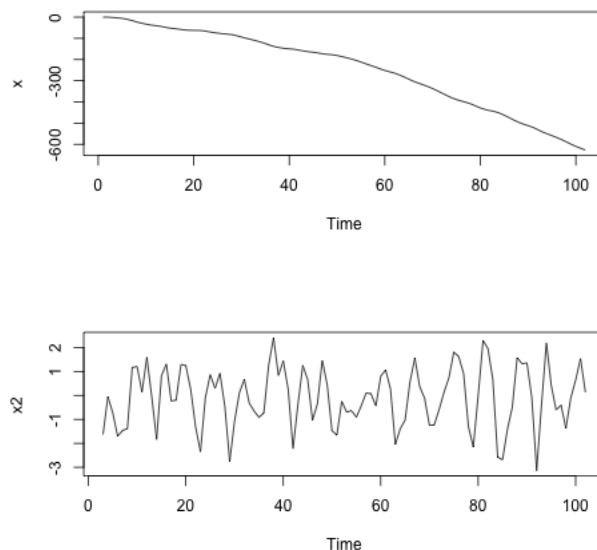


FIGURE 0.2. Graphe de  $x$  (en haut) et de  $\Delta^2 x$  (en bas).

- (1) On suppose que  $\Delta^2 x$  est un processus stationnaire (voir la figure 0.2, en bas pour le graphe de  $\Delta^2 x$ ). Écrire les commandes R permettant de tracer les auto-corrélations (empiriques) et les auto-corrélations partielles (empiriques) de  $\Delta^2 x$  (elles sont tracées dans la figure 0.3). Répondre dans la case ci-dessous.

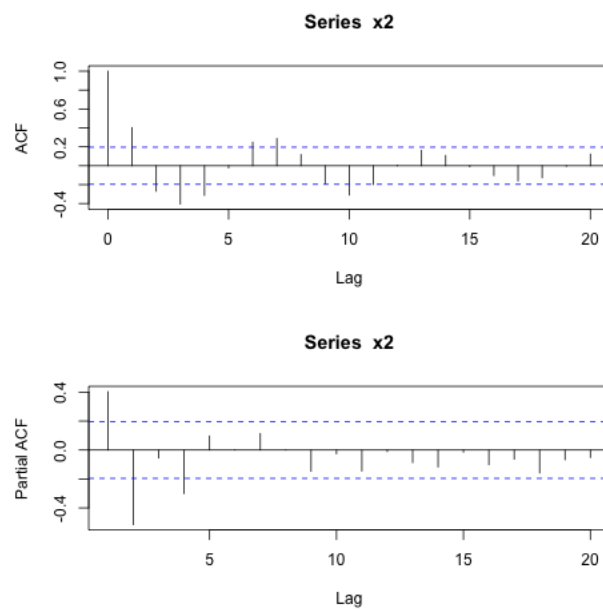


FIGURE 0.3. Auto-corrélations et auto-corrélations partielles de  $\Delta^2 x$ .

- (2) Le processus  $\Delta^2 x$  ressemble-t-il plus à un  $AR(p)$  ou un  $MA(q)$ ? Pour quel  $p$  ou  $q$ ?
- (3) À quelle classe appartient le processus  $x$ ?