

Séminaire d'algèbre, topologie et géométrie

Jeudi 20 décembre à 14h

Salle I

Vladimir Kostov

LJAD

Polynômes réels à une variable et problèmes de réalisation

La règle de Descartes dit que le nombre pos de racines réelles strictement positives du polynôme $P(x) := x^d + a_{d-1}x^{d-1} + \dots + a_0$ ne dépasse pas le nombre c de changements de signe dans la suite de ses coefficients et que le nombre $c - pos$ est pair. Donc le nombre neg de ses racines négatives ne dépasse pas le nombre p de changements de signe dans la suite des coefficients du polynôme $P(-x)$ et le nombre $p - neg$ est pair. Mais est-il vrai ou non que pour toute suite de $d + 1$ signes donnée (sans zéros et dont le premier est un $+$) et pour des nombres (pos, neg) compatibles avec cette règle, on peut trouver un polynôme P avec de tels signes de ses coefficients et avec exactement pos racines > 0 et neg racines < 0 ? Il se trouve que pour $d \geq 4$ la réponse à cette question est négative. Dans l'exposé on racontera les résultats connus à ce jour liés à ce problème et à deux autres problèmes semblables.