

Sixième partie

Annexe : Contenu des Unités d'Enseignement de Mathématiques de licence

SEMESTRE 0

11.10 UE M.S0.0 : Maths0

Responsables du cours : Stéphanie NIVOCHÉ et Joachim YAMEOGO.

Nombre d'ECTS : 0. La note de l'examen de Maths0 compte pour 1/10 de la note finale d'une UE de Mathématiques du Semestre 1.

Durée : 8 séances de 2H de Cours/TD et 8 séances de 1H30 de TD WIMS sur les 2 semaines d'enjeux.

Mode d'enseignement : En présentiel.

Prérequis

Niveau Terminale S ou ES requis.

Contenu du cours

Pour le portail SV

- Calculs, fractions, inégalités, valeur absolue, minorants, majorants.
- Somme et produit finis, factorielle, somme arithmétique ou géométrique.
- Identités remarquables, équations et inéquations du second degré.
- Introduction aux statistiques descriptives (**Calculatrice**).
- Droites du plan.
- Limites de fonctions. Fonctions puissances, exponentielle et logarithme.
- Etude de fonctions et représentation graphique de fonctions.
- Calcul intégral.

Pour le portail ST

- Calculs, fractions, inégalités, valeur absolue, minorants, majorants.
- Somme et produit finis, factorielle, somme arithmétique ou géométrique.
- Calculs dans \mathbb{C} : addition, multiplication, module, inverse, conjugué.
- Trigonométrie, formes trigonométrique et exponentielle d'un nombre complexe.
- Droites du plan.
- Limites de fonctions. Fonctions puissances, exponentielle et logarithme.
- Etude de fonctions et représentation graphique de fonctions.
- Calcul intégral.

Matériel didactique, médiagraphie

Polycopié distribué et en ligne (à la rentrée de septembre 2019).

Chapitre 12

SEMESTRE 1

12.1 UE M.S0.1 : Méthodologie

Responsable du cours : Nicole MESTRANO-SIMPSON.

Nombre d'ECTS : 0.

Mode d'enseignement : Présentiel en petits groupes de 10 étudiants, 20h TD, sur 10 semaines.

Prérequis

Ce cours est réservé aux étudiants du cours Mathématiques de Base.

Présentation du cours

En complément du cours Maths de Base, nous mettrons en pratique les techniques méthodologiques et de raisonnements vues en cours Maths de Base, afin de s'appropriier les raisonnements mathématiques utiles au cursus scientifique.

Contenu du cours

- Pourquoi doit-on formaliser nos énoncés ? Qu'est-ce qu'une définition, un exemple ? Comment nos objets sont-ils reliés ? Quelles propriétés vérifient-ils ?
- Comprendre le "langage" mathématique et ses règles. On apprendra en particulier à passer d'un énoncé "en Français" au même énoncé en langage mathématique, et inversement. On écrira la négation d'une proposition.
- Qu'est-ce qu'une hypothèse, une conclusion, un théorème, un argument, une démonstration ? Pour vraiment comprendre une démonstration, on examinera si et quand toutes les hypothèses ont été utilisées, on essaiera de voir que notre résultat n'est plus vrai lorsqu'on supprime telle ou telle hypothèse.
- Comment apprendre un cours de mathématiques ? Pourquoi connaître les théorèmes par coeur ? Est-il utile d'en comprendre leur démonstration ? On verra que c'est grâce aux cours et à ses démonstrations qu'on sera capable de faire les exercices de la leçon. Inversement, nous verrons que nous ne comprendrons un théorème qu'après l'avoir utilisé dans plusieurs exercices.
- Comment appréhender un problème ? Pour résoudre un exercice, on apprendra à bien lire l'énoncé, en particulier les hypothèses et ce qu'on doit prouver. Tant que l'énoncé n'est pas compris, il sera impossible de répondre aux questions posées. Parfois avant les questions, il y a le but de l'exercice, il ne faut pas croire qu'on perd du temps à essayer de le comprendre. On cherchera ensuite de l'aide et des idées dans son cours. Lorsqu'on a une idée, on n'hésitera pas à l'explorer à fond mais aussi à en changer si elle n'aboutit pas, quitte à revenir dessus après avoir essayé une autre piste. Il faut se lancer, essayer quelque chose, une mauvaise piste vous donnera des idées. Nous verrons que nos erreurs nous font progresser.
- Gestion du stress lors de contrôles. Au plus on aura cherché d'exercices différents au plus on sera en confiance pour résoudre ceux des contrôles. Il est fondamental de prendre l'habitude de chercher les exercices de la feuille avant de venir en TD. On dit que "c'est en forgeant qu'on devient forgeron", se contenter de regarder forger serait moins efficace. Il est important "d'y croire", pourquoi certaines personnes font mieux que d'habitude lors de contrôles et que d'autres au contraire font moins bien ? Nous devons nous entraîner à faire partie de la première catégorie !

Matériel didactique, médiagraphie

Autres ressources : Éléments de méthodologie en mathématiques. INSA Toulouse.

12.2 UE M.S0.2 : Mathématiques de Base

Responsable du cours : Nicole MESTRANO-SIMPSON.

Nombre d'ECTS : 0

Mode d'enseignement : présentiel, 20h CM, 40h TD, sur 10 semaines.

Prérequis

Ce cours est réservé aux "Oui-Si" et à ceux qui auront rencontré des difficultés lors de la période Enjeux. Il est conseillé de suivre parallèlement les TD de Méthodologie (UE M.S0.1).

Présentation du cours

Ce cours s'adresse aux étudiants qui ont besoin de comprendre plus en profondeur les notions de mathématiques vues au lycée indispensables pour réussir des études scientifiques. Tout au long de ce cours nous nous efforcerons d'acquérir des réflexes pour savoir comment résoudre un problème mathématique.

Contenu du cours

- Chapitre 1 : Calculs de base : fractions, simplification, sommes, combinaisons linéaires, manipulations d'inégalités. Résolutions d'équations et inéquations. Représentations graphiques.
- Chapitre 2 : Études et tracer de fonctions usuelles : Polynomiales, Logarithmiques, Exponentielles...
- Chapitre 3 : Calculs et compréhension géométrique de dérivées et d'intégrales, avec encadrement, max, min, sup, inf...
- Chapitre 4 : Nombres complexes : calculs de sommes, produits, quotients, conjugués, modules et arguments, interprétation géométrique...
- Chapitre 5 : Initiation à la logique mathématique. Étude des différents raisonnements : direct, par contraposé, par l'absurde, par récurrence. Utilisation de contre-exemple.

Matériel didactique, médiagraphie

Autres ressources : Période d'Enjeux Maths0, Portail ST, Université Côte d'Azur.

12.3 UE M.S1.1 : Fondements Mathématiques 1

Responsables du cours : Philippe MAISONOBE (partie Algèbre) et Emmanuel MILITON (partie Analyse).

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 20h CM, 40h TD, sur 10 semaines.

Prérequis

Les notions mathématiques de base d'une classe de Terminal S ou ES.

Contenu du cours

Partie Analyse :

- Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles : graphe, parité, imparité, périodicité, composée, monotonie, fonctions minorées, majorées, bornées, rappel sur les fonctions cos, sin, exp, ln, puissances.
- Limites et continuité des fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles. En se bornant à une approche intuitive et sans démonstration, limite d'une fonction en un point ou en $+\infty$ ou $-\infty$, opération sur les limites, stabilité des inégalités, croissances comparées, asymptotes verticales et horizontales. Continuité, opérations sur les fonctions continues, valeurs intermédiaires, image continue d'un intervalle, théorème des bornes.
- Dérivabilité, opérations sur les dérivées, extrema, Rolle, accroissements finis, variations ; étude d'une fonction.
- Fonctions injectives, surjectives, bijectives, bijection réciproque. Continuité de la bijection réciproque d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles (admis), dérivabilité et dérivation de la bijection réciproque. Fonctions arccos, arcsin, tan et arctan.

Partie Algèbre :

- Résolution de systèmes d'équations linéaires (n, p) (n équations et p inconnues, avec $n =$ ou $\neq p$), méthode du pivot de Gauss, rang.
- Calcul matriciel : somme, produit, transposée, inverse, déterminant (2×2 et 3×3) et interprétation géométrique, effets d'opérations élémentaires sur le déterminant, Cramer.

Matériel dydactique, médiagraphie

Polycopié disponible sur Moodle ou sur

<http://https://math.unice.fr/emilton/fondement1/Fondements1Resumecours.pdf>

et

<https://math.unice.fr/phm/L1.18-19/Cours.Algre.Fondements.L1.mars.pdf>

Autres ressources :

Médiagraphie : Tests de positionnement.

12.4 UE M.S1.2 : Approfondissements Mathématiques 1

Responsables du cours : Christophe CAZANAVE.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 20h CM, 40h TD, sur 10 semaines.

Prérequis

Les notions mathématiques de base d'une classe de Terminale S ou les notions mathématiques d'une classe de Terminale ES et les séances de Maths0. Ce cours est complémentaire à celui de Fondements 1 et ne peut être pris sans lui.

Présentation du cours

Le but de ce cours est de voir (ou revoir) avec une rigueur mathématique plus poussée qu'au lycée certains outils de base des mathématiques. En particulier, on s'attache à donner des définitions précises et formelles des notions et on insiste sur les démonstrations.

Contenu du cours

- **Arithmétique des entiers** : divisibilité, nombres premiers, pgcd, rationalité et irrationalité, calcul modulaire...
- **Polynômes** : racines, arithmétique, théorème de D'Alembert-Gauss...
- **Nombres réels** : axiomatique, borne supérieure, borne inférieure, densité des rationnels...
- **Suites** : définition rigoureuse de la convergence, théorème de la limite monotone, théorème des suites adjacentes, théorème de Bolzano-Weierstrass...
- **Fonctions d'un variable** : limites et continuité, théorème des valeurs intermédiaires, image d'un segment par une fonction continue...

Matériel didactique, médiagraphie

Autres ressources : Polycopiés, exercices corrigés et feuilles de TD disponibles sur moodle.

Médiagraphie : Tests de positionnement pour chaque cours magistral.

12.5 UE MM.S1.1 : Méthodes mathématiques 1 : Mathématiques continues

Responsable du cours : Martine SMOLDERS et Ivan MOYANO.

Nombre d'ECTS : 6.

Durée : 10 semaines.

Mode d'enseignement : présentiel, 20h CM, 40h TD, sur 10 semaines.

Prérequis

Les notions mathématiques de base d'une classe de Terminale S ou les notions mathématiques d'une classe de Terminale ES et les séances de Maths0.

Présentation du cours

Le cours abordera des notions de base des mathématiques et des méthodes mathématiques utiles pour tous les enseignements scientifiques du portail Sciences et Technologies. Les connaissances étudiées relèvent essentiellement des fonctions définies sur des intervalles de \mathbb{R} . La dérivation et l'étude des fonctions d'une variable réelle, par exemple, seront vues plus en profondeur qu'en Terminale. Il y aura aussi une introduction aux fonctions de deux variables.

Contenu du cours

- Suites réelles, convergence. Suites récurrentes : définition et méthodes d'étude. Introduction aux séries numériques : série exponentielle.
- Limites et continuité des fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles suivant une approche intuitive et sans démonstration, limite d'une fonction en un point ou en $+\infty$ ou $-\infty$, opérations sur les limites. Continuité, opérations sur les fonctions continues, théorème des valeurs intermédiaires, image continue d'un intervalle, théorème des bornes.
- Dérivabilité, opérations sur les dérivées et applications : sens de variation d'une fonction, étude d'une fonction, extrema, accroissements finis, approximation affine, fonctions convexes et fonctions concaves.
- Fonctions usuelles : cos, sin, tan, exponentielle et logarithme, fonctions puissances réelles et fonctions exponentielles de base a .
- Fonctions injectives, surjectives, bijectives, fonctions composées, bijection réciproque. Continuité de la bijection réciproque d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles, dérivabilité et dérivation de la bijection réciproque. Fonctions réciproques des fonctions puissances entières et fonctions arccos, arcsin et arctan.
- Fonctions de deux variables : domaine de définition, introduction à la représentation graphique de ces fonctions : courbes de niveau.
Dérivées partielles, vecteur gradient et lien avec les courbes de niveau.
Plan tangent, approximation affine.
- Recherche d'une primitive et intégration sur un intervalle borné d'une fonction continue.
Méthodes de calcul : intégration par parties, méthode de substitution, changement de variable.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 homogènes et avec second membre. Introduction à la méthode de la variation de la constante.

Matériel didactique, médiagraphie

Médiagraphie :

Polycopiés et feuilles de TD disponibles sur moodle. Tests de positionnement pour le niveau prérequis.

12.6 ECUE Statistique (Portail SV)

Responsables du cours : Marc Bailly-Béchet et Rémi Catellier.

Nombre d'ECTS : ECUE de l'UE Outils pour la biologie de 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel sur 10 semaines, 14h CM, 20h TD.

Partie I : Bases des probabilités continues.

- Représentation graphique d'une fonction d'une variable. Cas d'une densité de probabilité. Quelques lois continues classiques et ce qu'elles modélisent. Interprétation graphique d'une probabilité en terme d'aire. Quelques calculs d'intégrales.
- La fonction de répartition. Calcul de probabilités à l'aide des fonctions de répartition. Définition d'un quantile, d'une médiane, d'un quartile. Représentation graphique à partir de la fonction de répartition. Cas gaussien (table statistique).
- Espérance, variance d'une variable aléatoire. Interprétation. Calculs élémentaires. Loi symétrique et dissymétrique (différence entre médiane et espérance)

Partie II : Statistique Descriptive et lien avec les probabilités.

- Notion de variables aléatoires i.i.d. tirées suivant une loi continue. La moyenne empirique, la variance empirique, la médiane empirique, les quartiles empiriques. Représentation par des boîtes à moustache.
- Lien entre les notions empiriques et les lois de probabilités : loi des grands nombres, convergence de la variance empirique. Notion d'estimateurs. Illustration des résultats à partir de simulations. Prévoir une animation.
- Construction d'un histogramme. Lien avec la densité de probabilité des observations. Prévoir une animation.
- Animation illustrant le théorème de la limite centrale (avec variance estimée). Notion d'intervalle de confiance (asymptotique) sur l'espérance d'un échantillon.

Chapitre 13

SEMESTRE 2

13.1 UE M.S2.1 : Fondements Mathématiques 2

Responsables du cours : Julie DÉSERTI (partie Analyse) et Philippe MAISONOBE (partie Algèbre).

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 20h CM, 40h TD, sur 10 semaines.

Prérequis

Contenu du cours

Partie Algèbre :

- Espaces vectoriels (vocabulaire, structure d'espaces vectorielles, combinaisons linéaires, sous-espaces vectoriels.) et applications linéaires (Noyau, Image, rang) (cadre général et dans \mathbb{R}^n en particulier).
- Familles de vecteurs (génératrices, libres, bases, dimension finie), droites et plans dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .
- Exemples d'espaces vectoriels (polynômes, fonctions, suites). Somme directe de sous espaces vectoriels. Suites récurrences linéaires d'ordre n .
- Applications linéaires en dim finie et matrices (écriture matricielle, composition, matrice de passage, formule de changements de bases).

Partie Analyse :

- Calcul intégral (intégrales par parties, changement de variables), intégration et dérivation, primitives (des fonctions élémentaires), formule de Taylor.
- Équivalents et notations de Landau. Développements limités et application au calcul de limites.

Matériel dydactique, médiagraphie

Notes de cours disponibles sur

<https://math.unice.fr/phm/L1.18-19/Cours.Algebre.Fondements.L1.mars.pdf>

et

<http://deserti.perso.math.cnrs.fr/cours/MF2.html>

Médiagraphie : Tests de positionnement.

13.2 UE M.S2.2 : Approfondissements Mathématiques 2

Responsable du cours : Antoine DOUAI.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : Présentiel.

Prérequis

Il faut avoir suivi les cours Fondements mathématiques 1, Compléments mathématiques 1 et suivre au second semestre le cours Fondements mathématiques 2. Nous utiliserons toutes les notions vues dans ces trois cours, même si nous reviendrons dessus s'il le faut. C'est mieux si vous avez suivi la spécialité mathématiques de la terminale S.

Remédiation

Du travail personnel régulier (relire le cours, apprendre les théorèmes, les définitions, etc, ...). Faire les exercices de la feuille de TD avant la séance. Les feuilles de TD et des rappels de cours sont disponibles en ligne.

Présentation du cours

Ce cours sera suivi par les étudiants se destinant à la licence Mathématiques, doubles licences Mathématiques-Informatique et Mathématiques-Physique.

Un des objectifs de ce cours est de donner des preuves précises de certains résultats admis par ailleurs. Exemple : vous savez (ou vous avez utilisé sans le savoir déjà quand vous étiez en terminale) que "toute fonction continue admet des primitives". Nous montrerons ce résultat : il faudra définir au préalable l'intégrale de Riemann (celle qui se calcule avec les primitives!) et donc faire de la théorie. Il n'y aura pas que du calcul et le cours sera axé (aussi) sur les preuves et la compréhension précise des objets que l'on manipule (il faudra entre autre apprendre les définitions et les théorèmes par cœur!). On vous demandera de comprendre des démonstrations et de faire des démonstrations.

Contenu du cours

- Rappels : fonctions logarithmes et équations fonctionnelles, fonctions exponentielles et équations fonctionnelles. Equations différentielles linéaires du premier ordre. Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.
- Construction de l'intégrale de Riemann. Sommes de Riemann.
- Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles et intégration des fractions rationnelles.
- Géométrie vectorielle euclidienne dans \mathbb{R}^n : norme, distance, produit scalaire, orthogonalité, base orthonormées.
- Projections et symétries orthogonales, matrice de projection, décomposition de l'espace en sous-espaces vectoriels orthogonaux.

13.3 UE MM.S2.1 : Méthodes Mathématiques 2 : Approche discrète

Responsables du cours : Mohamed ELKADI.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 20h CM, 40h TD, sur 10 semaines.

- Systèmes d'équations linéaires :
Systèmes linéaires, interprétation géométrique en dimension 2 et 3. Matrices associées aux systèmes linéaires, transformations élémentaires, algorithme de Gauss.
- Noyau d'une matrice, image d'une matrice, rang d'une matrice, théorème du rang.
- Vecteurs de \mathbb{R}^n , combinaison linéaire de vecteurs, dépendance linéaire, famille libre, famille génératrice, sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels engendrés par des vecteurs, bases d'un sous-espace vectoriel, dimension.
- Opérations algébriques sur les matrices, matrices inversibles, systèmes inversibles, déterminants de matrices de taille 2, 3.
- Diagonalisation de matrices et applications :
Vecteur propre, valeur propre, espace propre, polynôme caractéristique. Diagonalisation. Systèmes différentielles et systèmes de suites.
- Suites et séries numériques :
Suites de nombres réels, opérations algébriques, suites arithmétiques, suites géométriques, monotonie, convergence. Suites récurrentes d'ordre p . Séries numériques, séries géométriques, série exponentielle, convergence, convergence des séries à termes positifs.

13.4 ECUE Analyse et modélisation (Portail SV)

Responsable du cours : Andreas Höring.

Nombre d'ECTS : ECUE de l'UE Outils pour la biologie 2 de 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel sur 10 semaines, 14h CM, 20h TD.

Programme :

- Modèle de Malthus et modèle logistique
- Exemples d'équations différentielles
- Étude qualitative d'une équation différentielle
- Modèle de Lotka-Volterra
- Étude qualitative d'un système d'équations différentielles
- Dérivées partielles et étude des équilibres
- Exemples : Modèles compétitifs, équation de Michaelis-Menten

Matériel didactique, médiagraphie

Médiagraphie :

Polycopiés, feuilles de TD et corrigés disponibles sur le site du cours/moodle.

Chapitre 14

SEMESTRE 3

14.1 UE M.S3.1 : Fondements Mathématiques 3

Responsables du cours : Ann LEMAHIEU (partie Algèbre) et Antoine DOUAI (partie Analyse).

Nombre d'ECTS : 6.

Prérequis

Il est conseillé d'avoir suivi l'UE Fondements Mathématiques 2.

Remédiation

Des ressources en lignes seront disponibles pour l'UE Fondements Mathématiques 3. Les polycopiés pour l'UE Fondements Mathématiques 1 et Fondements Mathématiques 2 se trouvent en ligne.

Mode d'enseignement : présentiel sur 12 semaines, 24h CM, 48h TD.

Présentation du cours

Dans la partie Algèbre de ce cours, nous abordons un problème classique en Algèbre linéaire : étant donné une application linéaire, nous nous proposons de chercher des bases dans lesquelles la forme de la matrice de l'application linéaire est la plus simple possible, en particulier diagonale. Les techniques et les structures liées à ce problème ont des applications dans de nombreux domaines et nous en rencontrerons plusieurs dans ce cours. En plus des applications, nous apprendrons à comprendre et à faire des raisonnements en Algèbre linéaire. Ce cours est destiné aux étudiants se dirigeant vers une licence mention Mathématiques, Informatique, Physique, Miashs, etc. Certains aspects plus conceptuels ne seront pas approfondis dans ce cours. Les étudiants intéressés pourront les étudier en même temps dans l'UE Compléments d'Algèbre.

Dans la partie Analyse de ce cours, sont abordées les notions d'intégrale généralisée et de séries numériques, concepts de base en Analyse.

Contenu du cours

Partie Algèbre :

- Déterminant d'une matrice (développement ligne/colonne) et d'un endomorphisme. Matrice inversible.
- Valeurs propres, vecteurs propres, espaces propres, polynôme caractéristique.
- (Calcul matriciel par blocs (en TD)).
- Espaces Euclidiens (en particulier \mathbb{R}^n avec le produit scalaire canonique) : matrices orthogonales et lien avec les bases orthonormées.
- Classification des matrices orthogonales réelles en dimension 2 et 3 (en TD).
- Diagonalisation, applications (puissance d'une matrice diagonalisable, application aux suites récurrentes linéaires, systèmes dynamiques linéaires discrets, systèmes différentiels).
- Diagonalisation des matrices symétriques réelles.

Partie Analyse :

- Intégrale généralisée (théorème de comparaison dans le cas des fonctions positives, absolue convergence, critères de convergence).
- Séries numériques, comparaison séries-intégrales. Convergence absolue.
- Fonctions convexes d'une variable réelle.

Matériel dydactique, médiagraphie

Notes de cours disponibles sur Moodle pour la partie Algèbre et sur la page web d'Antoine Douai pour la partie analyse.

14.2 UE M.S3.2 : Compléments d'Analyse

Responsables du cours : Erwann Aubry.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Les notions mathématiques abordées dans les cours "M.S1.1 et M.S2.1" ou "MM.S1.1 et MM.S2.1".

Contenu du cours

- Formules de Taylor
- Fonctions convexes
- Arcs paramétrés
- Calcul diff : normes dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 , fonctions de plusieurs (2 ou 3) variables et à valeurs réelles (continuité, dérivées partielles, différentiabilité, gradient, Hessienne, formule de Taylor (admis), matrice jacobienne, fonctions composées, extréma).

Matériel dydactique, médiagraphie

14.3 UE M.S3.3 : Compléments d'Algèbre

Responsable du cours : Christian PAULY.

Nombre d'ECTS : 6.

Durée : 12 semaines, 24h CM, 48h TD.

Prérequis

Cours d'Algèbre des UE "M.S1.1 et M.S2.1" ou "MM.S1.1 et MM.S2.1".

Présentation du cours

Ce cours présente les notions fondamentales de l'Algèbre (groupe, anneau, corps, espaces vectoriels, morphismes). Ces notions sont illustrées par de multiples applications en Arithmétique et en Géométrie.

Contenu du cours

I. Introduction aux structures algébriques et applications à l'Arithmétique :

- Groupes : définition, exemples de groupes abéliens et de groupes non abéliens (comme le groupe des permutations), sous-groupes, (iso)morphismes de groupes, sous-groupes engendrés par un ensemble, ordre d'un élément, théorème de Lagrange, groupes cycliques.
- Anneaux et corps : définitions, exemples d'anneaux, sous-anneaux, multiple, diviseur, élément inversible, corps, anneaux intègres, idéal, (iso)morphismes d'anneaux, rappels sur les congruences (vu en M.S1.2), définition de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ (via classes résiduelles), le corps \mathbb{F}_p , théorème des restes chinois.
- Applications à l'Arithmétique : Théorème de Fermat, fonction d'Euler, théorème d'Euler, systèmes de congruences, cryptographie et équations diophantiennes (méthode réduction modulo p , méthode de la descente infinie de Fermat).

II. Formes multilinéaires et Algèbre bilinéaire :

- Groupe symétrique, formes multilinéaires, déterminant
- Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques réelles (méthode d'élimination de variables de Gauss, écriture matricielle, signature, théorème de Sylvester).
- Orthogonalisation simultanée, application aux coniques et quadriques

Matériel didactique, médiagraphie

Notes de cours disponibles à la rentrée 2019 sur la page web de Christian Pauly.

14.4 UE MM.S3.1 : Méthodes Mathématiques 3-1 : Modélisation géométrique

Responsables du cours : Mohamed EL KADI.

Nombre d'ECTS : 6

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Contenu du cours

- Espaces vectoriels, applications linéaires
- Formes quadratiques, Lagrange, définies positive et négative
- Normes, distance, produit scalaire
- Méthode des moindres carrés, projection orthogonale, matrice de projection
- Orthogonalisation Gram-Schmidt
- Décomposition de l'espace en sous-espaces vectoriels orthogonaux
- Décomposition en valeurs singulières
- Régression (MCO, ACP)

Matériel didactique, médiagraphie

Notes de cours disponibles sur la page Moodle tu cours.

14.5 UE MM.S3.2 : Méthodes Mathématiques 3-2 : Mathématiques et Ingénierie

Responsable du cours : Didier CLAMOND.

Nombre d'ECTS : 6.

Durée : 12 semaines, 24h CM, 48h TD.

Mode d'enseignement : En présentiel.

Prérequis

Cours des UE M.S1.1, M.S2.1, MM.S1.1, MM.S2.1.

Remédiation

Cours d'Analyse et d'Algèbre linéaire des UE "M.S1.1 et M.S2.1" ou "MM.S1.1 et MM.S2.1".

Présentation du cours

Calculus des semestres 3 et 4.

Contenu du cours

- Calcul diff : Fonctions de plusieurs variables, continuité, dérivées partielles (introduction au gradient, formule de Taylor, différentielle, opérateurs différentiels)
- EDO et introduction aux EDP
- Intégrales simples et introduction aux intégrales multiples
- Introduction aux théorèmes de l'analyse vectorielle
- Introduction aux séries de Fourier
- Transformée de Laplace

Matériel didactique, médiagraphie

Page Moodle du cours.

Autres ressources : J. Stewart 2015, Calculus, 8th edition, Cengage Learning.

Chapitre 15

SEMESTRE 4

15.1 UE M.S4.1 : Analyse

Responsables du cours : Florent BERTHELIN.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel sur 12 semaines, 24h CM, 48h TD.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Compléments sur les séries numériques (transformée d'Abel, sommation des équivalents)
- Suites et séries de fonctions
- Séries entières
- Séries de Fourier

15.2 UE M.S4.2 : Probabilités et introduction à la Statistique

Responsables du cours : Maxime INGREMEAU (maxime.ingremeau@univ-cotedazur.fr).

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Calcul intégral, séries.

Remédiation

Des rappels seront faits en cours (ou dans le polycopié) concernant les séries.

Présentation du cours

Ce cours présentera les bases des probabilités discrètes et continues, et des statistiques. Nous partirons de problèmes de la vie courante (jets de dés, jeux de cartes, jeux de hasard, sondages...) pour formaliser de manière rigoureuse les définitions, les modèles et les théorèmes fondamentaux en probabilité et en statistiques.

Contenu du cours

Introduction aux Probabilités

- Notion d'événements aléatoires. Dénombrement. Lien entre probabilité et fréquence d'un événement.
- Notion de variables aléatoires discrètes et de lois discrètes. Exemples des lois de Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson et ce que ces lois modélisent : du jeu pile ou face (truqué et non truqué), jeu de dé (truqué et non truqué), événements rares. Formules (admises) de calcul (simple) de probabilités et d'espérance (formule de transfert), d'espérances et de variances, pour des variables aléatoires discrètes.
- Notion de densité de probabilité. Exemple de la loi uniforme, exponentielle, gaussienne et ce que ces lois modélisent : tirage aléatoire uniforme, durée de vie, erreurs de mesures. Formule (admise) de calcul de probabilité, d'espérance (formule de transfert), de variance, avec des lois à densité.
- Inégalités de Bienaymé-Tchebycheff et Markov.

Introduction aux Statistiques

- Notion de fonction de répartition et de fonction quantile. Interprétation et calculs.
- Indicateurs statistiques : paramètres de tendance centrale, de dispersion et de position (moyenne médiane, variance, mode...)
- Statistiques descriptives : diagramme en bâtons, histogramme et courbe des fréquences cumulées.
- Introduction à l'indépendance d'événements et de variables aléatoires. Formule de Bayes sur deux événements et son interprétation. Notion de covariance entre variables aléatoires.
- Théorème limites (sans preuve) : loi des grands nombres, théorème central limite. Intervalles de confiance.

Matériel didactique, médiagraphie

Autres ressources : Polycopiés, exercices corrigés et feuilles de TD disponibles sur moodle et sur la page web de l'enseignant (<https://math.unice.fr/ingremeau/>). La partie du cours concernant les probabilités sera fortement inspirée du cours "Probabilités pour l'informatique", pour lequel un polycopié est disponible sur la page web de l'enseignant.

15.3 UE M.S4.3 : Algèbre

Responsables du cours : Ann LEMAHIEU et Adam PARUSINSKI.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel sur 12 semaines, 24h CM, 48h TD.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

I. Théorie des groupes :

- Relation d'équivalence et ensemble-quotient, classes modulo un sous-groupe, sous-groupes distingués, groupes quotients, sous-groupes de groupes cycliques et leurs quotients, théorème d'isomorphisme pour les groupes, énoncé de la structure des groupes abéliens finis.

II. Algèbre commutative :

- Généralités sur les anneaux commutatifs : idéaux, anneaux quotients, idéal engendré par un ensemble, idéaux principaux.
- Divisibilité dans les anneaux (pgcd, éléments associés), anneaux principaux (pgcd, Bezout, Gauss), anneaux Euclidiens.
- Anneaux de polynômes : division euclidienne, idéaux de $\mathbb{K}[x]$, l'anneau quotient $\mathbb{K}[x]/(f(x))$.
- Éléments algébriques, éléments transcendants, polynôme minimal.

III. Réduction des endomorphismes :

- Caractérisation des endomorphismes diagonalisables, Trigonalisation de matrices, polynômes d'endomorphismes, Cayley-Hamilton, lemme des noyaux, sous-espaces caractéristiques, décompositions selon les espaces caractéristiques, Dunford, Jordan.
- (Si le temps le permet, faire une introduction aux actions de groupes et donner plusieurs exemples en lien avec la réduction des endomorphismes.)

15.4 UE M.S4.4 : Résolution numérique des systèmes d'équations linéaires et non-linéaires

Responsable du cours : Roland MASSON.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 24h TD, 24h TP sur 12 semaines.

Prérequis

Algèbre linéaire : espaces vectoriels, applications linéaires, calcul matriciel, valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice, diagonalisation - triangularisation d'une matrice, produits scalaires et normes. Calcul différentiel : fonctions de plusieurs variables, continuité, différentielle, dérivées partielles, formule de Taylor.

Présentation du cours

Le but de cette unité d'enseignement est d'étudier théoriquement et de savoir programmer quelques méthodes de base du calcul et de la simulation numérique omniprésentes dans les applications. Ce cours aborde les algorithmes de résolution des systèmes linéaires et non linéaires ainsi que le calcul numérique des valeurs propres d'une matrice. Leurs propriétés de convergence seront rigoureusement établies, leur complexité ou coût sera étudié et les algorithmes seront mis en pratique sur ordinateur à l'aide du logiciel libre Scilab (<https://www.scilab.org>) en abordant dès que possible des exemples d'applications concrètes.

Contenu du cours

- Rappels et compléments d'algèbre linéaire : calculs vectoriel et matriciel, matrices inversibles, normes vectorielles, produits scalaires, matrices symétriques définies positives, normes matricielles induites, relation entre rayon spectral et normes matricielles, suites de vecteurs et de matrices, conditionnement d'une matrice.
- Résolution numérique des systèmes linéaires par méthodes itératives : méthodes de Richardson à pas fixe et à pas variable, étude de leur propriétés de convergence ; notion de préconditionnement des méthodes itératives, exemples des préconditionnements de Jacobi, Gauss Seidel, SOR et SSOR, notion de matrice creuse et étude de la complexité des méthodes itératives.
- Résolution numérique d'équations et de systèmes d'équations non linéaires : rappels et compléments de calcul différentiel, algorithme du point fixe et méthode de Newton en dimensions 1, puis en dimension $n > 1$, estimation de l'erreur d'approximation, convergence linéaire et quadratique.
- Résolution numérique des systèmes linéaires par méthodes directes : factorisation LU sans et avec pivotage, algorithmes de descente et de remontée, étude des algorithmes et de leur complexité.
- Approximation numérique de valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice : localisation des valeurs propres, méthodes de la puissance itérée et de la puissance inverse.

Matériel didactique, médiagraphie

Autres ressources : Sont disponibles sur le site web du cours accessible via la page web de Roland Masson, le cours rédigé sous forme succincte ainsi que les feuilles d'exercices de TDs et de TPs avec leurs corrigés.

15.5 ECUE M.S4.2D : Géométrie

Responsable : Stella Krell

Nombre d'ECTS : ECUE d'une UE de 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 36h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Remédiation

Présentation du cours

Contenu du cours

- Nombres complexes : Formes et représentations d'un nombre complexe, racines n-ièmes d'un nombre complexe, racines n-ièmes de l'unité.
- Généralités sur les isométries : définition et propriétés des isométries du plan, représentation à l'aide des complexes, isométries du plan conservant un polygone régulier.
- Théorèmes de géométrie dans le plan : droite des milieux, Thalès, Ménélaus, Céva, droites remarquables du triangle, puissance d'un point par rapport à un cercle.

Matériel didactique, médiagraphie

15.6 UE MM.S4.1 : Méthodes Mathématiques 4 : Modélisation Aléatoire

Responsables du cours : Christine MALOT.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Ce module sera une introduction aux Probabilités et aux Statistiques avec des exemples pour illustrer les différentes notions abordées.

Contenu du cours

• Introduction aux Probabilités

- Dénombrement.
- Définition des probabilités finies, probabilités conditionnelles finies, indépendance. Notion d'événements aléatoires. Lien entre probabilité et fréquence d'un événement. Introduction à l'indépendance d'événements. Formule de Bayes sur deux événements A et B : $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$ et son interprétation. Illustration de l'intérêt de l'indépendance dans certains calculs.
- Rappels sur les séries.
- Probabilités sur des espaces dénombrables (généralités).
- Variables aléatoires discrètes (définition, lois classiques, espérance, formule de transfert, variance)
Notion de variables aléatoires discrètes et de lois discrètes. Exemples des lois de Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson et ce que ces lois modélisent : du jeu pile ou face (truqué et non truqué), jeu de dé (truqué et non truqué), événements rares. Formules (admisses) de calcul (simple) de probabilités et d'espérance (formule de transfert), d'espérances et de variances, pour des variables aléatoires discrètes.
- Variables aléatoires à densité (définition, lois classiques, fonction de répartition, espérance, variance) Notion de densité de probabilité. Exemple de la loi uniforme, exponentielle, gaussienne et ce que ces lois modélisent : tirage aléatoire uniforme, durée de vie, erreurs de mesures.
Notion de fonction de répartition et de fonction quantile. Notion de médiane, quartile, décile.
Formule (admise) de calcul de probabilité, d'espérance (formule de transfert), de variance, avec des lois à densité. Interprétation.

• Introduction aux Statistiques

- Statistiques descriptives : diagramme en bâtons et histogramme et courbe des fréquences cumulées.
- Indicateurs statistiques : paramètres de tendance centrale, de dispersion et de position (moyenne médiane, variance, mode). Interprétation et représentation.
- Introduction à la fluctuation d'échantillonnage et ouverture vers l'intérêt d'un intervalle de confiance.
- Introduction à l'indépendance pour les variables aléatoires et théorème limites (sans preuve) : loi des grands nombres, théorème central limite.

15.7 UE MM.S4.2 : Mathématiques pour la Finance

ECUE MM.S4.2.1 : Mathématiques Financières

Responsables du cours : Amina AMASSAD.

Nombre d'ECTS : ECUE de l'UE Mathématiques financières à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 14h CM, 20h TD, 5h TP.

Prérequis

Les notions mathématiques de base d'une classe de Terminale S ou ES et UE Méthodes mathématiques 1 (MMS1).

Présentation du cours

Ce cours offre une introduction et sert de prérequis aux cours avancés des mathématiques financières. Il vise à fournir les bases des outils mathématiques utilisés en finance et à initier et familiariser l'étudiant à quelques produits financiers.

Tout d'abord nous commencerons par étudier la différence entre les différents types d'intérêts, les taux d'intérêts composés et les taux d'intérêts continus. Nous traiterons ensuite les notions d'actualisation et de capitalisation et les méthodes de calcul d'une suite d'annuités. Nous terminerons avec quelques applications financières comme l'amortissement des emprunts indivis et obligataires et par donner une introduction sur les produits dérivés financiers.

Contenu du cours

- Outils mathématiques : fonctions exponentielles de base a , compléments sur les suites numériques, suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques.
- Intérêts : intérêt simple, intérêt composé, taux équivalent, taux effectif, taux proportionnel, taux continu, capitalisation, actualisation.
- Annuités : valeur acquise et valeur actuelle d'une suite d'annuités, annuités constantes, annuités variables.
- Emprunts indivis : tableau d'amortissement, échéances constantes, échéances variables, taux effectif global.
- Emprunts obligataires : amortissement à taux fixe, analyse du risque.
- Introduction aux produits dérivés : les options.

ECUE MM.S4.2.2 : Analyse de la Décision

Responsables du cours : Jean-Baptiste CAILLAU.

Nombre d'ECTS : ECUE de l'UE Mathématiques financières à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel sur 12 semaines, 10h CM, 16h TD, 10h TP.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Cours 1. Choix, préférence, utilité
 - motivation : notion de cohérence en choix social
 - fonction de choix, caractère finiment non-vide, cohérence

- relation de préférence, réflexivité, complétude, transitivité, choix associé
- fonction d'utilité, préférence associée
- résultat d'équivalence dans le cas fini
- (Exo 1.1 Kreps'2013)
- Maximisation de l'utilité
 - motivation : cas de deux biens
 - préférence rationnelle, non-unicité de l'utilité
 - contrainte de budget, utilité maximale, budget minimal
 - courbe d'indifférence, cône tangent aux contraintes
 - condition nécessaire géométrique d'optimalité du premier ordre
- Cours 3. Kuhn, Tucker, Marshall, Hicks
 - paramétrisation des courbes d'indifférence taux marginal de substitution (TMS)
 - monotonie et convexité des préférences
 - existence de l'utilité maximale
 - Théorème KKT (inégalités)
 - principe d'égalisation marginale
 - demande Marshallienne, propriétés
 - effet revenu, effet prix
 - minimisation de la dépense demandes hicksiennes
- Cours 4. Dilemme, jeux
 - le dilemme des tradeuses
 - jeu non collaboratif à deux joueuses
 - forme normale, tableau des gains en jeu fini
 - équilibre de Nash
 - tradeuse informée : jeu séquentiel, forme extensive
 - forme normale d'un jeu séquentiel
 - stratégies dominées
 - jeu à somme nulle, point-selles et propriétés
- Cours 5. Le hasard s'en mêle
 - cas des jeux finis à somme nulle
 - stratégies mixtes
 - théorème de Von Neumann
 - caractérisation et calcul des équilibres par programmation linéaire

Bibliographie

- Gilboa, I. Rational choice. MIT Press, 2010.
- Kreps, D. M. Microeconomic foundations I. Choice and competitive markets. Princeton University Press, 2013.
- Exo7. Cours de mathématiques de première année.

Chapitre 16

SEMESTRE 5

16.1 UE M.S5.1 : Calcul différentiel

Responsables du cours : Jérémy Toulisse

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Espaces vectoriels normés de dimension finie
- Calcul différentiel sur un espace vectoriel normé de dimension finie
- Courbes, surfaces et volumes paramétrés. Vecteurs et plans tangents
- Fonctions \mathcal{C}^k , inversion locale, fonctions implicites et applications (extréma liés, ...)

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

16.2 UE M.S5.2 : Statistique et Modélisation

Responsables du cours : Christine Malot

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 30h TD, 18h TP, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Ce module a pour objectif d'introduire les notions d'estimation et de tests avec la mise en œuvre sur les problèmes de régression linéaire.

Contenu du cours

- Indépendance et la notion de vecteurs aléatoires.
- Estimation :
 - estimation ponctuelle avec la méthode des moments et du maximum de vraisemblance ;
 - les propriétés d'un estimateur : sans biais, convergent, erreur quadratique ;
 - intervalle de confiance dans le cadre gaussien et non gaussien quand cela est possible (illustration de la notion de niveau de confiance à l'aide de l'outil informatique).
- Régression :
 - rappel de ce qu'est le problème de régression avec des exemples concrets ;
 - estimation des paramètres ;
 - intervalle de confiance pour les paramètres, pour la droite de régression et pour les prédictions (illustration informatique dans le cadre de la régression linéaire simple).
- Tests :
 - définition du principe d'un test ;
 - test classique sur un paramètre et sur un couple de paramètres (l'idée est de montrer la forme elliptique de la région de confiance) ;
 - test d'adéquation (χ^2 et Kolmogorov) ;
 - test d'indépendance (χ^2) ;
- Retour sur la régression. Cette partie comportera une interprétation des résultats de sortie du logiciel *R* :
 - test individuel sur un paramètre avec le côté interprétation ;
 - test global de Fisher ;
 - test de modèles gaussiens emboîtés avec l'utilisation pour un aspect sélection de variables ;
 - validation des hypothèses classiques du modèle de régression linéaire.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

16.3 UE M.S5.3 : Intégration et Théorie de la Mesure

Responsable du cours : Ludovic Rifford

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Rappels sur l'intégrale de Riemann et calculs d'intégrales.
- Dénombrabilité.
- Théorie de la mesure - mesures de Lebesgue et de comptage.
- Fonctions mesurables et intégration.
- Théorèmes limites.
- Intégrales multiples.
- Intégrales à paramètres, transformée de Fourier (introduction).
- Éventuellement espace L^1 .

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

16.4 UE M.S5.4 : Équations Différentielles

ECUE M.S5.4.1 : Équations Différentielles I

Responsables du cours : Emmanuel MILITON.

Nombre d'ECTS : ECUE de l'UE Equations différentielles à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 16h CM, 32h TD, sur 8 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Rappels sur les équations différentielles d'ordre 1.
- Systèmes différentiels / équations différentielles linéaires à coefficients constants / exponentielle des matrices.
- Portraits de phase des systèmes linéaires dans le plan.
- Équations différentielles non-linéaires, théorème de Cauchy-Lipschitz et solutions maximales, variables séparables.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

ECUE M.S5.4.2 : Équations Différentielles II

Responsables du cours : Emmanuel MILITON.

Nombre d'ECTS : ECUE de l'UE Equations différentielles à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 8h CM, 16h TD, sur 4 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Systèmes différentiels linéaires à coefficients variables, wronskien, variation de la constante, etc.
- Lien avec les séries entières.
- Théorème des bouts, lemme de Gronwall.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

16.5 UE M.S5.5 : Algèbre et Géométrie

Responsable du cours : Clemens Berger

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

I. Dualité linéaire :

- formes linéaires, hyperplans, espace dual, base dual, bidual, orthogonal linéaire.

II. Réduction des endomorphismes autoadjoints :

- espaces hermitiens : formes hermitiennes, produit scalaire hermitien, réduction de Gauss, matrices hermitiennes, changement de base, bases orthonormées, orthogonal ;
- endomorphismes autoadjoints sur un espace Euclidien/hermitien et diagonalisation, réduction des endomorphismes normaux ;
- groupes orthogonaux et unitaires, relations entre $U(2, \mathbb{C})$, $SO(3, \mathbb{R})$ et les quaternions, décomposition d'une transformation orthogonale en produit de réflexions.
- Application : Décomposition polaire

III. Géométrie affine :

- espace affine et sa direction, applications affines, repères affines, coordonnées barycentriques, convexité ;
- similitudes affines, Classification des isométries affines en dimension 2 et 3 ;
- Géométrie plane : théorèmes de Thalès, Pappus, Desargues.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

16.6 ECUE M.S5.2D : Nombres

Responsable : Nicole Mestrano

Nombre d'ECTS : ECUE d'une UE à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 36h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Nous reprendrons, dans le but de les dominer et de se les approprier, les notions d'arithmétique et d'algèbre qui font partie du programme du Capes écrit et oral.

Vous avez déjà étudié ces thèmes dans le secondaire et lors des deux premières années de licence. Il est fortement conseillé d'avoir suivi les cours suivants (ou des équivalents) : Mathématiques Fondements Mathématiques 1,2 - Compléments Mathématiques 1,2 - Algèbre et Compléments d'Algèbre du S3 et la Géométrie du S4 2D.

Présentation du cours

Le but de ce cours est de commencer à se préparer au concours du Capes et à enseigner les Mathématiques des collèges et lycées.

Constamment, aussi bien à l'écrit qu'à l'oral, nous nous efforcerons de rédiger nos énoncés et leurs démonstrations de façon claire, précise et concise mais complète.

Nous nous entraînerons à chercher, modéliser, raisonner, démontrer et rédiger aussi sur des problèmes "simples" de géométrie "à l'ancienne" (souvent posés aux oraux).

Contenu du cours

- Logique Mathématique
- Arithmétique des entiers.
- Nombres premiers et cryptographie
- Présentation axiomatique des constructions de \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{D} , \mathbb{R} .
- Exemples de groupes, anneaux, corps en lien avec les nombres.
- Utilisation de diverses suites.

Matériel dydactique, médiagraphie

Notes de cours disponibles à la rentrée 2020.

Médiagraphie :

16.7 UE MM.S5.1 : Analyse Économétrique

ECUE MM.S5.1.1 : Économétrie Appliquée

Responsable : T. Jobert

Responsables du cours :

Nombre d'ECTS : 3.

Mode d'enseignement : présentiel, 18h CM, 20h TD.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Ajustement par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) : le modèle linéaire simple ; approche analytique : le système des équations normales, les propriétés des MCO, Interprétation géométrique ; mesure explicative du modèle : équation d'analyse de la variance, le coefficient de détermination (R^2 et R^2 ajusté ; leur interprétation géométrique) et le coefficient de corrélation ; le modèle linéaire général (multiple) : écriture matricielle ; estimation des paramètres par les MCO (système des équations normales, interprétation géométrique de la méthode : le passage en variables centrées) ; note sur la multicolinéarité : notions de corrélations simple, partielle et multiple.
- Introduction des probabilités dans le modèle : l'interprétation probabiliste des MCO : les sept hypothèses ; étude des propriétés des estimateurs (sans biais, convergents et efficaces) ; détermination de l'expression de la variance des estimateurs.
- Application de la théorie des Tests au modèle linéaire ; tests sur la valeur d'un coefficient : le test de Student : test de significativité d'un coefficient, test sur la valeur d'un coefficient par rapport à une valeur particulière, test d'une restriction linéaire sur les coefficients (Student) ; test de signification globale du modèle par l'équation d'analyse de la variance (justification et construction de la statistique de Fisher).

ECUE MM.S5.1.2 : Introduction aux Séries Temporelles

Responsables du cours : Anna TYKHONENKO.

Nombre d'ECTS : 3.

Mode d'enseignement : présentiel, 6h CM, 16h TD, 15h TP.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Définition d'une série chronologique univariée et les problèmes spécifiques posés par les séries temporelles (identification, prévision, stationnarité, tendance et saisonnalité, séparation du court et du long terme) ; analyses temporelle et spectrale ; la 'galerie de portraits' : processus stationnaires AR, MA et ARMA ; processus non-stationnaires ARIMA et SARIMA ; méthode (itérative) de Box et Jenkins.

16.7 UE MM.S5.1 : Analyse économétrique

- Concepts, notations et notions de base : processus aléatoire/stochastique ; stationnarité ‘forte’ (au sens strict), stationnarité à l’ordre 2 et bruit blanc ; non-Stationnarité (TS et DS) et marche aléatoire ; opérateur retard et ses propriétés ; FAC/FAP ; fonction d’autocovariance d’un processus, corrélogramme (théorique et empirique) ; tests de significativité des coefficients d’autocorrélation.
- Typologie des modèles stationnaires : MA, AR et ARMA (formulation et caractéristiques FAC/FAP) : synthèse des propriétés (les outils permettant d’identifier le modèle générateur).
- Modèles non-stationnaires : conditions de stationnarité et d’inversibilité ; description des processus TS et DS ; différentiation et conséquences d’une ‘mauvaise’ stationnarisation du processus.
- Exemples : exemple d’analyse : application à l’indice boursier CAC40 ; analyse des corrélogrammes : MA, AR, ARMA, SARMA et ARIMA (stationnarité vs non-stationnarité).

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

16.8 UE MM.S5.2 : Systèmes Dynamiques, Calcul Différentiel et Optimisation

ECUE MM.S5.2.1 : Systèmes Dynamiques et Calcul Différentiel

Responsable du cours : Amina Amassad

Nombre d'ECTS : ECUE d'une UE à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 16h CM, 20h TD, 15h TP, sur 8 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Calcul différentiel : fonctions de plusieurs variables (continuité, dérivées partielles, gradient, Hessienne, formule de Taylor, matrice jacobienne, fonctions composées, extréma). La notion de différentielle ne sera pas introduite.
- Théorie des équations différentielles ordinaires.
 - Équations scalaires linéaires d'ordre 1 (méthode de la variation de la constante).
 - Équations différentielles scalaires linéaires d'ordre n à coefficients constants.
 - Cas général. Exemples d'équations différentielles non-linéaires ; mise sous forme ordre 1 dans le cas général. On évoquera le théorème de Cauchy-Lipschitz (sans preuve).
 - Cas des équations différentielles à variables séparables.
- Approximation numérique des équations différentielles ordinaires :
 - mise en forme des schémas numériques d'Euler explicite et implicite, Crank Nicolson, Runge-Kutta d'ordre 4, notion de schémas explicite/implicite et problématique de résolution associée dans le cas implicite, schéma à un pas ;
 - notion de convergence de schémas numériques et ordre de convergence, étude sur un exemple : convergence du schéma d'Euler explicite ;
 - cadre général : notion de consistance, stabilité et ordre, théorème de convergence des schémas à un pas (sans preuve) ;
 - discussion sur la stabilité, exemples sur les systèmes linéaires, notion de raideur.

ECUE MM.S5.2.2 : Optimisation

Responsable du cours : Amina Amassad

Nombre d'ECTS : ECUE d'une UE à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 8h CM, 16h TD, sur 4 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Optimisation des fonctions différentiables sans contrainte.
- Optimisation sous contrainte : Lagrangien, multiplicateurs de Lagrange, optimisation avec contrainte d'égalité, avec contrainte d'inégalité.
- Optimisation des fonctions convexes.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

Chapitre 17

SEMESTRE 6

17.1 UE M.S6.1 : Probabilités et ses Applications

Responsable du cours : François Delarue

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Espace de probabilité, définition des variables aléatoires. Lien avec la théorie de la mesure. Loi d'une variable aléatoire en tant que mesure image. Théorème de transfert.
- Notion de densité de probabilité par rapport à une mesure dominante. Rappels de lois classiques et de leur densité.
- Espérance, variance. Inégalités de Bienaymé-Tchebychev et Markov. Espaces L^1 et L^2 . Inégalités de Jensen et de Hölder.
- Notion de fonction de répartition, fonction quantile, fonction génératrice, caractéristique.
- Simulation de variables aléatoires par inversion de la fonction de répartition.
- Indépendance d'événements, de tribus et de variables aléatoires.
- Calculs de loi (couple, marginale, somme de variables aléatoire...).
- Convergence de variables aléatoires (presque sûrement, en probabilité, en loi). Liens entre ces convergences.
- Les grands théorèmes limites (loi des grands nombres, théorème central limite).
- Applications à l'approximation d'une intégrale par la méthode de Monte-Carlo.
- Introduction à la Statistique.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

17.2 UE M.S6.2 : Algèbre Effective

Responsable du cours : François-Xavier Dehon

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 32h TD, 16h TP sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Groupes $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$ (notamment $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ cyclique). Carrés de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$; symbole de Legendre ; de Jacobi. Énoncé de la loi de réciprocité quadratique. Tests de primalité (Fermat, Rabin-Miller, Solovay-Strassen...). Algorithmes de factorisation (Gauss, Pollard...). Application à RSA.
- Représentation des groupes abéliens finis. Lemme d'extension des caractères. Th de structure. Transformée de Fourier discrète. Multiplication rapide.
- Polynômes : critères d'irréductibilité d'Eisenstein et de réduction modulo p . Polynômes cyclotomiques. Irréductibilité sur \mathbb{Q} .
- Extensions de corps. Corps de rupture et corps de décomposition. Clôture algébrique. Caractéristique d'un corps. Corps finis : existence et unicité. Algorithme de factorisation dans $\mathbb{F}_p[X]$ (Berlekamp).
- Démonstration de la loi de réciprocité quadratique (avec sommes de Gauss dans \mathbb{F}_p).
- Codes correcteurs d'erreur : distance de Hamming, distance minimale d'un code linéaire. Codes de répétition, codes de Hamming binaires.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

17.3 UE M.S6.3 : Introduction à l'Analyse Fonctionnelle

Responsable du cours : Stéphanie Nivoche

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Topologie des espaces métriques, exemples. Ouverts, fermés, adhérence, intérieur. Applications continues (images réciproques) et uniformément continues, théorème de Heine, homéomorphismes. Distance à une partie. Compacité (image continue, propriété de Borel-Lebesgue). Partie dense. Connexité (passage du local au global). Cas des espaces vectoriels normés généraux (dimension quelconque), applications linéaires continues.
- Espaces de Banach, convergence absolue, application : exponentielle de matrice, théorème du point fixe de Banach, application : théorème de Cauchy-Lipschitz.
- Inégalités (Jensen, Hölder, Minkowski), espaces ℓ^p et L^p . Continuité des translations. Convolution dans les espaces $L^p(\mathbb{R}^d)$: cas $L^1 * L^p$ et $L^p * L^q$ avec p, q conjugués. Densité des fonctions continues à support compact (mesure de Lebesgue). Théorème de Riesz-Fischer.
- Transformée de Fourier sur L^1 .
- Approximation uniforme (théorème de Weierstrass et de Weierstrass trigonométrique).

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

17.4 UE M.S6.4 : Approximation numérique des fonctions, des intégrales et des équations différentielles ordinaires

Responsable du cours : Thierry Goudon

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 30h TD, 18h TP, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Le but de cette unité d'enseignement est de consolider et d'élargir les acquis des étudiants sur les méthodes de base du calcul numérique et de la simulation numérique. Chaque concept abordé sera motivé par un exemple concret tiré de la vie courante. Cette Unité d'Enseignement sera également l'occasion de faire le point sur le lien des Mathématiques et leurs applications. Des illustrations numériques en *Python* sont proposées pour mettre en œuvre les algorithmes étudiés.

Contenu du cours

- Approximation des fonctions d'une variable réelle : exemple de problème concret d'illustration de la question. Erreur de meilleure approximation ; approximation par les séries trigonométriques : transformations de Fourier discrète et rapide ; interpolation polynomiale : représentations de Lagrange et de Newton, erreur d'interpolation polynomiale, stabilité d'interpolation polynomiale ; interpolation polynomiale par morceaux : Lagrange par morceaux ; approximation par moindres carrés continus et discrets : erreur d'approximation évaluée dans la norme L^2 .
- Calcul approché des intégrales : exemple de problème concret d'illustration de la situation. Formules d'intégrations simples et composées ; erreur d'intégration : notion d'ordre, représentation de Peano ; quadratures de Gauss composées ; introduction à la méthode de Monte-Carlo.
- Approximation numérique des équations différentielles : exemple de problème concret d'illustration de la question. Méthode de différences finies : schémas d'Euler explicite et implicite, du point milieu ; étude de convergence : consistance, stabilité, convergence. Méthodes basées sur des formules d'intégration numérique : schémas d'Euler explicite et implicite, du point milieu, de Crank-Nicolson, de Runge-Kutta. Formalisation générale : méthodes à un pas, méthodes multipas, étude de convergence. Problèmes raides.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

17.5 UE M.S6.5 : Analyse Complexe

Responsable du cours : Sorin DUMITRESCU.

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Notions de Calcul Différentiel, Topologie du plan.

Présentation du cours

Contenu du cours

- Séries entières et fonctions analytiques.
- Fonctions holomorphes, conditions de Cauchy-Riemann, théorème d'holomorphic sous le signe intégral.
- Intégrales curvilignes, primitives. Formules intégrales de Cauchy et conséquences.
- Points singuliers, fonctions méromorphes.
- Calcul des résidus.
- Théorème de l'application conforme.

Matériel dydactique, médiagraphie

Cours Michèle AUDIN <http://irma.math.unistra.fr/~maudin/analysecomp.pdf>

Walter Rudin, Analyse Réelle et Complexe, 3ème édition, Dunod, 2009.

Médiagraphie :

17.6 ECUE M.S6.2D : Analyse, Probabilités et Statistique

Responsable : Denis Torralba

Nombre d'ECTS : ECUE d'une UE à 6 ECTS.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 36h TD sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Dans cette UE, on aborde les thèmes d'analyse, de probabilités et statistiques en vigueur dans les programmes de l'enseignement secondaire avec les objectifs suivants.

1. Comprendre la logique et l'esprit des progressions proposés dans ces programmes (on pourra comparer avec des programmes antérieurs).
2. Démontrer les résultats essentiels, notamment ceux qui sont admis dans le secondaire, à la lumière des connaissances acquises dans les UE de licence. On ne dit pas tout aux élèves, mais le professeur, lui, doit savoir. Ceci pourra se faire sous la forme de problèmes, en vue notamment de la préparation aux écrits du concours.
3. Examiner, avec un regard critique, des documents pédagogiques (situations d'introduction, problèmes etc..) issus des manuels et des ressources officielles du ministère (site Eduscol). C'est aussi ce qui sera demandé lors des épreuves du concours (aussi bien pour l'écrit que pour l'oral).
4. Mettre en œuvre les algorithmes (*Python*) qui sont suggérés dans les programmes pour accompagner ces thèmes - on pourra aussi s'appuyer sur les ressources du ministère ; des séances auront lieu en salle informatique.

Un objectif de l'UE sera aussi d'être capable de fournir des solutions claires, rigoureuses et adaptées à des élèves d'un niveau choisi (question récurrente dans les concours).

Enfin, les étudiants seront sollicités pour présenter des situations d'enseignement devant leurs camarades : introduction d'une notion ; problème d'application substantiel.

Ces deux derniers points contribueront à la préparation du concours, mais aussi à celle du stage en responsabilité qui pourra débuter dès le M1.

Contenu du cours

-
-
-

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

17.7 UE MM.S6.1 : Probabilités

Responsable du cours : Cédric Bernardin

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

Chaque notion introduite doit être motivée par une fin applicative en économie, assurance, finance, biologie, physique...

- Mesures : mesures discrètes (somme de masses de Dirac) et mesures à densité par rapport à la mesure de Lebesgue. Exemples issus de la modélisation. Notion de tribu d'événements aléatoires comme modélisation de l'information (l'objectif final du cours est uniquement de faire comprendre la notion de tribu engendrée par des variables aléatoires ; on supposera que tout sous-ensemble de \mathbb{R}^n est un Borélien de \mathbb{R}^n et on ne fera pas d'exercices théoriques sur les tribus). Ensembles négligeables. Espace de probabilité. Notion de densité de probabilité par rapport à la mesure de Lebesgue.
- Intégrale par rapport à une mesure (discrète ou à densité). Fonctions intégrables. On s'attachera à montrer comment un calcul d'intégrale par rapport à une mesure (discrète ou à densité) se ramène systématiquement à calculer soit une série, soit une intégrale.
- Variables aléatoires. Tribu engendrée par une variable aléatoire ("la tribu engendrée par la v.a. X est la classe des événements qui ne dépendent que de X comme $\{X = 2\}$, $\{2 \leq X \leq 3\}$, ... "). Loi d'une variable aléatoire. Rappel rapide des lois classiques (Uniforme, Bernoulli, Binomiale, Géométrique, Poisson, Exponentielle, Normale). Expliquer pour quel genre de modélisation elles interviennent.
- Théorème de transfert. Espérance, variance. Caractérisation de la loi par la formule de transfert. Calculs motivés par des exemples en assurance, biologie, économie ... Définition de l'espace vectoriel \mathbb{L}^p (sans complétude), moments. Mentionner que $\|\cdot\|_p$ est une norme (Inégalité de Minkowski). Mentionner par exemple que si X (distribution des richesses, connectivité dans les réseaux sociaux ...) suit une loi de Pareto alors les moments élevés sont infinis : expliquer ce que cela signifie concrètement qu'une v.a. X a une variance infinie par exemple.
- Inégalités de Bienaymé-Tchebychev et Markov, Inégalité de Jensen, Hölder (Cauchy-Schwarz). On motivera l'utilisation de telles inégalités par le fait que beaucoup de probabilités ou d'espérances ne sont pas calculables et doivent donc être estimées (exemples). Extension des théorèmes limites (convergences dominée et monotone) au cadre probabiliste.
- Notion de fonction de répartition, fonction quantile, fonction génératrice, caractéristique. Application en dynamique des populations (calculs). Simulation de v.a. par inversion de la fonction de répartition. Caractérisation de la loi par fonction de répartition ou fonction caractéristique.
- Indépendance d'événements, de tribus et de variables aléatoires. Pour les tribus, on se contentera de tribus engendrées par des variables aléatoires. Caractérisation de l'indépendance via la densité, poids, fonctions caractéristiques ... Exercices d'applications en assurance, files d'attente, finance, biologie, réseaux sociaux ...
- Calculs de loi (couple, marginale, somme de variables aléatoire,...)
- Convergence de variables aléatoires (p.s., en probabilité, en loi). Liens entre ces convergences.

17.7 UE MM.S6.1 : Probabilités

- Les grands théorèmes limites (loi des grands nombres, théorème central limite). Intervalles de confiance (estimation). Applications à l'approximation d'une intégrale par la méthode de Monte-Carlo.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :

17.8 UE MM.S6.2 : Suites de Fonctions, Calcul Intégral et Séries de Fourier

Responsable du cours : Maxime Ingremeau

Nombre d'ECTS : 6.

Mode d'enseignement : présentiel, 24h CM, 48h TD, sur 12 semaines.

Prérequis

Présentation du cours

Contenu du cours

- Polynômes (fonction polynôme associée à un polynôme, racines, factorisations sur \mathbb{R} et \mathbb{C}) - Interpolation polynomiale (existence, unicité, représentation de Lagrange, erreur d'interpolation polynomiale).
- Rappels sur les calculs d'intégrales en dimension 1 (intégration par parties, formule de changement de variables). Fonctions intégrables.
- Intégrales multiples : théorème de Fubini, formule du changement de variables (sans preuves). Fonctions intégrables.
- Méthodes déterministes de calcul approché (rectangle, trapèze) pour le calcul approché d'intégrales.
- Espaces L^p : définition (on ne parlera pas de la complétude). On admettra que $\|\cdot\|_p$ est une norme. Définition de la convergence en norme L^p .
- Suites de fonctions : convergence uniforme et convergence simple.
- Théorèmes limites : théorème de convergence monotone et théorème de convergence dominée (sans preuve). Exemples.
- Intégrales à paramètres, transformée de Fourier : Continuité et dérivabilité des intégrales à paramètres (sans preuves). Définition de la transformée de Fourier pour une fonction L^1 . Exemples de calculs de la transformée de Fourier (exponentielle, gaussienne, indicatrice d'intervalle...). Lemme de Riemann-Lebesgue. Relation de Parseval pour les fonctions dans $L^1 \cap L^2$.
- Séries de Fourier : définition, calculs, relation de Parseval.

Matériel dydactique, médiagraphie

Médiagraphie :