

Séminaire d'algèbre, géométrie et topologie

Jeudi 2 mars à 14h

Salle I

Vladimir Kostov

Nice

Polynômes à une variable, discriminants et arrangements de racines

On considère la famille de polynômes à une variable $P(x, a) := x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ dans les situations réelle et complexe. On définit le *discriminant d'ordre m* de la famille comme $\tilde{D}_m := \text{Res}(P, P^{(m)}, x)$.

Dans le contexte réel et quand le polynôme est *hyperbolique*, c.-à-d. à racines réelles, on peut parler des arrangements de ses racines et des racines de toutes ses dérivées sur la droite réelle. Pour $n \geq 4$, tous les arrangements compatibles avec le théorème de Rolle de $n + (n-1) + \dots + 1$ points ne sont pas réalisables par les racines de $P, P', \dots, P^{(n-1)}$. Les discriminants nous aident à comprendre pourquoi. On explique aussi pourquoi une tentative de réaliser ces arrangements par une classe de fonctions plus large que les polynômes échoue dès $n = 5$.

Dans le contexte complexe on présente une formule de factorisation de $\text{Res}(\tilde{D}_m, \partial \tilde{D}_m / \partial a_k, a_k)$,