

Séminaire d'algèbre, géométrie et topologie

Jeudi 14 avril à 14h

Salle I

Giancarlo Lucchini

Polytechnique

*Arithmétique des espaces homogènes et problème de Galois
inverse*

En géométrie algébrique, un espace homogène est défini sur un corps k algébriquement clos de caractéristique nulle tout simplement comme une k -variété algébrique munie d'une action d'un k -groupe algébrique qui est transitive au niveau des k -points, en parfaite analogie avec le cas classique en topologie. La situation change cependant lorsqu'on regarde la situation sur un corps de base quelconque, notamment sur un corps de nombres. Cela fait de l'étude arithmétique de ces variétés un problème qui est loin d'être achevé.

Dans cet exposé, j'introduirai quelques notions de base sur les espaces homogènes, puis je définirai les notions d'approximation faible et très faible pour une variété sur un corps de nombres. Celles-ci décrivent la répartition des points rationnels de la variété vis-à-vis des points dans les différents complétés du corps de base. J'évoquerai par la suite ce qui est connu et ce qui reste à faire au sujet de ces deux propriétés pour les espaces homogènes des groupes linéaires. Enfin, je montrerai comment les questions qui restent ouvertes dans ce domaine sont reliées au problème de Galois inverse (problème qui est loin d'être résolu aussi!), ce qui témoigne de la difficulté de ces questions.