

# Les fonctions

Dédou

Février 2012

# Nos fonctions

En gros ce sont les fonctions de Terminale, qu'on va revisiter.

# La fonction sinus

## La fonction sinus

C'est celle des deux qui est normale : croissante autour de 0.  
Elle est périodique, bien sûr.

Quand on a retenu  $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ , on a tout compris.  
Et ça se dessine.

# La fonction exponentielle

La fonction exponentielle

elle va de 0 à l'infini.

Quand on a retenu  $e^0 = 1$  et  $e^1 = e$ , on a tout compris.  
Et ça se dessine.

# La fonction logarithme

## La fonction logarithme

n'est définie que sur les positifs.

Quand on a retenu  $\ln 1 = 0$  et  $\ln e = 1$ , on a tout compris.  
Et ça se dessine.

# Les fonctions exponentielle et logarithme ensemble

Les fonctions exponentielle et logarithme  
sont réciproques l'une de l'autre.

Ca s'explique et ça se dessine.

# Les fonctions puissances

## Les fonctions puissances

c'est le souk, parce qu'elles n'ont pas toutes le même domaine de définition.

### Exo 2.1

Quel est le domaine de définition de

- $x \mapsto x^3$
- $x \mapsto x^{-3}$
- $x \mapsto x^{\frac{1}{2}}$
- $x \mapsto x^{-\frac{1}{3}}$

# Les fonctions puissance ensemble

Pour regarder toutes les fonctions puissance ensemble  
il vaut mieux ne regarder que sur  $]0, +\infty[$ .

Et ça se dessine, et on voit bien comment la fonction dépend de l'exposant, sur  $[1, +\infty[$  d'une part et d'autre part sur  $]0, 1]$ .



## Recettes pour d'autres fonctions

- a) Choisir trois nombres  $a, b, c$  et former le trinôme  
 $x \mapsto ax^2 + bx + c$ .
- b) Choisir deux fonctions et former la somme (variantes : la différence, le produit, le quotient).
- c) Choisir une fonction et former son logarithme (variantes : son exponentielle, son cosinus, son sinus).
- d) Choisir une fonction et un nombre  $a$ , et élever la fonction à la puissance  $a$ .
- e) En composant ces recettes, on obtient par exemple

$$x \mapsto 3x^2 + 1 - \cos 2x \cdot \ln(e^x + x^{-e}).$$

# Somme et produit de fonctions

La somme de deux fonctions, c'est quoi ?

La somme de  $f$  et de  $g$ , c'est la fonction  $x \mapsto f(x) + g(x)$

Exemple

La somme de la fonction exponentielle et de  $x \mapsto x^2$ , c'est  $x \mapsto e^x + x^2$ .

Exo 2.2

Quel est le produit de la fonction sinus et de la fonction  $x \mapsto x^3 + 1$  ?

## Encore d'autres fonctions

On a aussi

la fonction valeur absolue :  $x \mapsto |x|$ , qui n'est pas dérivable et

la fonction partie entière :  $x \mapsto [x]$ , qui n'est même pas continue.

# Domaine de définition

Beaucoup de nos fonctions, à commencer par  $\ln$ , ou  $x \mapsto 1/x$  ne sont pas partout définies.

On peut écrire  $\ln : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$   
mais aussi  $\ln : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_\perp$ .

On ajoute à  $\mathbb{R}$  la nouvelle valeur  $\perp$  (pour "pas défini"),  
et on note  $\mathbb{R}_\perp$  l'ensemble obtenu.  
Pour  $x \leq 0$ , on pose  $\ln x = \perp$ .

Le domaine de définition (DD) de  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_\perp$   
c'est  $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \neq \perp\}$ .