Booléens

1 Les deux booléens

Les booléens ne sont que deux, Vrai et Faux et constituent un ensemble qu'on note $\mathcal{B}$. La négation Non est une application de $\mathcal{B}$ dans $\mathcal{B}$. Pour la spécifier, il suffit de dire les valeurs qu'elle prend sur Vrai (c'est Faux) et sur Faux (c'est Vrai). On vérifie sans trop de mal que Non$\circ$Non est l'identité de $\mathcal{B}$.

2 Connecteurs et tables de vérité

Les opérations sur les booléens s'appellent des connecteurs. Disons qu'on en a trois ou quatre. Comme la négation, ces opérations sont spécifiés par les valeurs prises, qui, cette fois, sont quatre. Ces quatre valeurs sont rangées dans une table, appelée table de vérité du connecteur. Voici la table de vérité de $(A, B) \mapsto A \Rightarrow B$:

A \ B	V	F
V	V	F
F	V	V

Certains auront un peu de mal à se laisser convaincre que $F \Rightarrow V$ est bien Vrai. Il faut leur donner un exemple comme $\forall x \in \mathbf{R}, x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 3$. Ils seront d'accord que cet énoncé est vrai. ensuite il faut leur dire que cela signifie que l'énoncé $x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$ est vrai pour x réel quelconque, après quoi il faut regarder ce qui se passe pour $x := -3$. Et à ceux que cet exemple aura ébranlés mais pas convaincus, il faut expliquer que l'égalité $F \Rightarrow V = V$ est imposée par la définition de $\Rightarrow$. Il s'agit donc d'une convention qu'on peut aimer ou détester, mais dont il faut savoir qu'elle est universellement respectée.

3 Booléens et électronique

L'électronique numérique exploite à donf le fait qu'on sait fabriquer des circuits, par exemple avec deux entrées et une sortie, et qui constituent la contre-partie électrique de ces fonctions booléennes de deux variables. En combinant de tels circuits de base, on arrive à trouver une contre-partie électrique à des applications plus complexes, comme par exemple l'addition ou la multiplication des entiers (codés en binaire).