

Introduction

Dédou

Février 2011

C'est quoi les maths ?

Faire des maths, en gros, c'est

- Formuler des énoncés
- Démontrer ces énoncés.

C'est quoi la logique ?

Le rôle de la logique, en gros, c'est étudier et expliquer

- comment on formule des énoncés
- et comment on fait une démonstration

La logique régit le langage mathématique,
un langage ultra-codifié pour parler du vrai et du faux.

Comme tous les langages,
ce langage est vivant, il n'est pas encore parfait, il évolue en
permanence.

La logique sert dans toutes les branches des maths
et même au-delà (physique, info, philo, droit).

C'est quoi ce cours ?

Ce cours est un cours de logique

A la fin de ce cours, on saura faire des preuves (ou on sera recalé).

Qu'est-ce qu'on prouve ?

La logique ne s'occupe pas
de l'existence de Dieu.

La logique ne s'occupe que
des énoncés mathématiques,
qu'elle commence par identifier soigneusement.

Comment est-ce qu'on prouve ?

La logique propose des règles impartiales

permettant de s'assurer qu'un énoncé est vrai ou faux.

Les mathématiciens et la plupart des scientifiques

acceptent le verdict de ces règles pour trancher leurs différents (scientifiques).

Grâce à ce consensus,

ils ne se mettent pas trop sur la gueule.

Comment font les autres scientifiques ?

Les autres scientifiques

veulent aussi utiliser au maximum la logique mathématique.

Comme leurs énoncés ne sont pas mathématiques,

ils remplacent les vraies questions
par des questions mathématiques analogues.

Une phase essentielle de leur activité consiste à

produire, dans le monde mathématique,
une copie aussi fidèle que possible du contexte qui les préoccupe.

C'est la phase de *modélisation*.

Les missions de la logique

Les missions de la logique sont donc

- identifier les *énoncés* qu'elle accepte de prendre en charge
- identifier les *règles* de déduction auxquelles elle donne son label
- autrement dit les discours qu'elle reconnaît comme preuves.

De quoi parlent les énoncés mathématiques ?

Les énoncés mathématiques parlent

d'objets mathématiques, qui peuvent être par exemple des nombres, des fonctions, des points de l'espace, des figures géométriques.

- des nombres,
- des fonctions,
- des points de l'espace,
- des figures géométriques.

Le classement des objets mathématiques

Les objets mathématiques

sont classés selon leur type.

En réalité, on dit “ensemble” plutôt que “type”

La logique s’occupe aussi de préciser

- qui sont ces ensembles
- et quels en sont les éléments.

Tout dépend du contexte

En maths comme ailleurs,

il y a toujours un *contexte* (mathématique), et ce contexte est décisif.

Ce qui est vrai dans un contexte peut être faux dans un autre.

Et pire, ce qui a du sens dans un contexte peut ne plus en avoir dans un autre.

Exemple

Si le contexte assure que n est un entier naturel, l'énoncé $\frac{5n}{n+9} \leq 3$ a du sens, tandis que si le contexte assure que n est un entier relatif, le même énoncé n'a plus de sens.

De quoi va-t-on parler ?

Dans ce cours on va donc parler

- du contexte
- des ensembles et de leurs éléments
- des énoncés
- et de leurs preuves.