

1. Trouver les variables libres

a) Dresser la liste des variables libres dans les formules suivantes :

$$f'(x) \quad \int_a^b u(x)dx \quad f(x) - f(a) - (x-a)f'(a) \quad x \mapsto f(a) + (x-a)f'(a) \quad \{\theta + 2k\pi | k \in \mathbf{Z}\}$$

$$\{x \in I | x^3 - x + 1 = m\} \quad \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | y = f(a) + (x-a)f'(a)\} \quad \{(\cos t, \sin t) | t \in \mathbf{R}\} \quad \lim_n u_n.$$

b) Dresser la liste des variables libres dans les énoncés suivants :

$$\cos x = \cos(-x) \quad \forall x : I, f'(x) > 1 \quad f \text{ est constante sur } I \quad \exists c :]a, b[, f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\exists \delta :]0, +\infty[, |x-a| \leq \delta \Rightarrow |f(x)-f(a)| \leq \epsilon \quad y = f(a) + (x-a)f'(a) \quad \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

2. Inférer un contexte

a) Formuler un contexte (frileux) pour chacune des formules suivantes :

$$f'(x) \quad \int_a^b u(x)dx \quad f(x) - f(a) - (x-a)f'(a) \quad x \mapsto f(a) + (x-a)f'(a) \quad \{\theta + 2k\pi | k \in \mathbf{Z}\}$$

$$\{x \in I | x^3 - x + 1 = \sqrt{m+1}\} \quad \lim_n u_n \quad \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | y = f(a) + (x-a)f'(a)\} \quad \{(\cos t, \sin t) | t \in \mathbf{R}\}.$$

b) Formuler un contexte (frileux) pour les énoncés suivants :

$$f'(x) > 1 \quad M = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \quad \forall x : I, |f'(x)| \leq M \quad \exists M : \mathbf{R}, f(b) - f(a) \leq M(b-a)$$

$$\exists \delta :]0, +\infty[, |x-a| \leq \delta \Rightarrow |f(x)-f(a)| \leq \epsilon \quad y = f(a) + (x-a)f'(a) \quad \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

c) Formuler un contexte (frileux) pour chacune des phrases suivantes :

Discuter, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation $x^3 - x = m$ à l'inconnue x .

Calculer la limite de la suite $n \mapsto 3u_n + 1$. Supposons n pair. Soit u une suite tendant vers a .

Combien l'équation $x + \frac{1}{x} = \ln m$ à l'inconnue x a-t-elle de solutions?

Tout intervalle $]a, b[$ de \mathbf{R} avec $a < b$ contient une infinité de nombres rationnels.

3. Actualiser un contexte

a) Formuler un contexte (frileux) pour avant et après chacune des phrases suivantes :

Soit n un entier pair. Soit n un carré parfait. Soit y un réel supérieur à x .

Soit M un majorant de f . Supposons f majorée sur I . Notons ℓ la limite de u .

b) Clarifier éventuellement chacune des phrases suivantes, puis formuler un ou plusieurs contextes (frileux, plausibles) et l'actualisation correspondante :

Soit u la suite définie par $u_{n+1} = \cos u_n$ avec u_0 quelconque.

On sait qu'il existe un entier n entre x^2 et $(x+1)^2$.

Etant donné un réel positif x , montrons l'existence d'un rationnel dans l'intervalle $[x, x + \epsilon]$

Montrons que $a \leq x \leq b$ implique $x \leq \max(a, b)$.

Montrons par contraposition que $a \leq x \leq b$ implique $x \leq \max(a, b)$.

Montrons par l'absurde l'inégalité $x \leq \max(a, b)$.

Résolvons l'équation différentielle $y'' - 4y = e^{mx}$.

On cherche la solution sous la forme $a \cos x + b \sin x$.