MatDis Exos7 **Lire** 03/09 L1M

1. Traduire le problème suivant, posé par Diophante :

   Partager un nombre proposé en deux nombres de manière que, si des fractions différentes données de chacune de parties sont additionnées, elles forment un nombre donné. Le nombre donné doit toutefois être tel qu'il soit compris entre les deux nombres que l'on obtient en prenant les fractions données différentes du nombre proposé au début.

2. Voici

   - un énoncé :
     Si b est non nul, $|a| \leq |a+b|$ et $|a| \leq |a-b|$ **implique** $|a| \leq |b|/2$.
   - et sa preuve:
     Par homogénéité, on peut diviser par b. Il faut donc démontrer
     $|a| \leq |a+1|$ et $|a| \leq |a-1| \Longrightarrow |a| \leq 1/2$.
     On observe que le signe de a est indifférent, supposons-le positif. La première inégalité est inutile mais la seconde donne le résultat. Cqfd.

   - Expliciter chacune des affirmations contenues dans la preuve.
   - Quel est l'enchaînement de tactiques suggéré?
   - Proposez votre propre rédaction.

3. Voici une phrase extraite d'une preuve:

   "Or si, dans un cercle, deux cordes sous-tendent des angles aigus et inégaux, le plus petit angle correspond à la plus petite corde. On a donc bien $CN < BM$."

   - Quelle est la tactique invoquée?
   - Formaliser l'énoncé en question.
   - Que pouvez-vous dire du contexte?

4. Voici

   - un énoncé :
     Soient u et v deux suites convergentes avec $u \leq v$. Alors on a $\lim u \leq \lim v$.
   - et sa preuve (sommaire):
     On note ℓ et m les deux limites. Pour tout ϵ positif, il existe N tel qu'on ait, pour $n \geq N$, $\ell - \frac{\epsilon}{2} \leq u_n \leq \ell + \frac{\epsilon}{2}$ et $m - \frac{\epsilon}{2} \leq v_n \leq m + \frac{\epsilon}{2}$, donc $\ell - \frac{\epsilon}{2} \leq u_n \leq v_n \leq m + \frac{\epsilon}{2}$, et finalement $\ell \leq m + \epsilon$. Ceci étant vrai pour tout ϵ positif, on conclut qu'on a bien $\ell \leq m$.

   - Expliciter les ressources invoquées et les arguments correspondants.
   - Quel est l'enchaînement de tactiques suggéré?
   - Proposez votre propre rédaction.

5. Voici

- un énoncé d'exercice : **Résoudre l'équation** $1 + 2x + 2x^2 + ... + 2x^{n-1} + x^n = 0$**.**
- et sa solution:
  En multipliant le premier membre par $1-x$, on se ramène à l'équation $(1+x)(1-x^n) = 0$ dont la racine $x = 1$ doit être exclue.
- Quel est l'enchaînement de tactiques suggéré?
- Proposez votre propre rédaction détaillée.